



تحلیل مودی رایزر آب‌های عمیق با نگاهی به ارتعاش حاصل از گردابه

یونس کماچی^۱، سعید مظاهری^۲، محمدرضا تابش پور^{۳*}

^۱دانشجوی دکتری، پژوهشگاه ملی اقیانوس شناسی و علوم جوی، y_komachi@inio.ac.ir

^۲استادیار، پژوهشگاه ملی اقیانوس شناسی و علوم جوی، said.mazaheri@inio.ac.ir

استادیار، دانشگاه صنعتی شریف، قطب علمی هیدرودینامیک و دینامیک متحرک های دریایی، دانشکده مهندسی مکانیک، tabeshpour@sharif.edu

چکیده

رایزر آب‌های عمیق در معرض ارتعاش در اثر انتشار گردابه هستند. در صورت نزدیکی فرکانس طبیعی سازه به فرکانس انتشار گردابه، پدیده قفل‌شدگی اتفاق می‌افتد. وقوع این پدیده باعث ایجاد ارتعاشات با دامنه بزرگ (از مرتبه قطر رایزر) می‌شود. وقوع این پدیده به دلیل ماهیت تکراری و نوسانی باعث ایجاد خستگی در رایزر می‌شود. لازم است ضمن شناخت درست این پدیده با توجه به خصوصیات مودی رایزر، نکات مورد نیاز در طراحی و کنترل رایزر مدنظر قرار گیرد. در این مطالعه به بررسی خصوصیات دینامیکی و مودی رایزر آب‌های عمیق پرداخته می‌شود. همچنین ارتباط بین فرکانس‌های طبیعی رایزر و نحوه وقوع پدیده ارتعاش در اثر گردابه با توجه به خصوصیات مودی رایزر پرداخته شده است. برای آنالیز مودی از کد نوشته شده در برنامه MATLAB استفاده شده است. اثرات کشش فوقانی و نیروی وزن در آنالیز موال مدنظر قرار گرفته است. مشخص شده است که فرکانس رایزر به فرکانس هر مود سازه که نزدیک تر باشد، باعث وقوع پدیده قفل‌شدگی در آن مود خواهد شد و رایزر با آن شکل مود به صورت موج ایستا نوسان خواهد کرد. با توجه به تجربیات موجود و نتایج حاصل از کد نوشته شده نتایج مفهومی و کاربردی مهمی استخراج شده است که علاوه بر افزایش درک رفتار ارتعاشی رایزر، می‌تواند در طراحی آن نیز به کار رود.

کلمات کلیدی: رایزر آب عمیق، آنالیز مودال، قفل‌شدگی، ارتعاش در اثر گردابه

مقدمه

سیستم‌های رایزر یک مولفه کلیدی عملیات سکوهای نیمه‌شناور و یک المان یکتای عمودی بسیاری از سازه‌های دور از ساحل برای اتصال بین سکو و تسهیلات کف دریا هستند. به طور فیزیکی رایزرها/لوله‌های دریایی ذاتاً بلند، لاغر، منبسط‌شدنی و انعطاف‌پذیر هستند و تحت تاثیر نیروهایی مانند جریان و موج و حرکات شناور در اثر نیروهای فوق‌الذکر و باد، دچار حرکات با دامنه بزرگ می‌شوند. رایزرها عموماً به منظور انتقال سیالات از جمله نفت، گاز طبیعی، هیدروکربن، مواد پتروشیمی، گل و دیگر منابع اقتصادی زیردریایی و سپس انتقال آنها به خطوط تولید مورد استفاده قرار می‌گیرند. همچنین می‌توانند برای اهداف اکتشاف و حفاری مورد استفاده قرار گیرند.

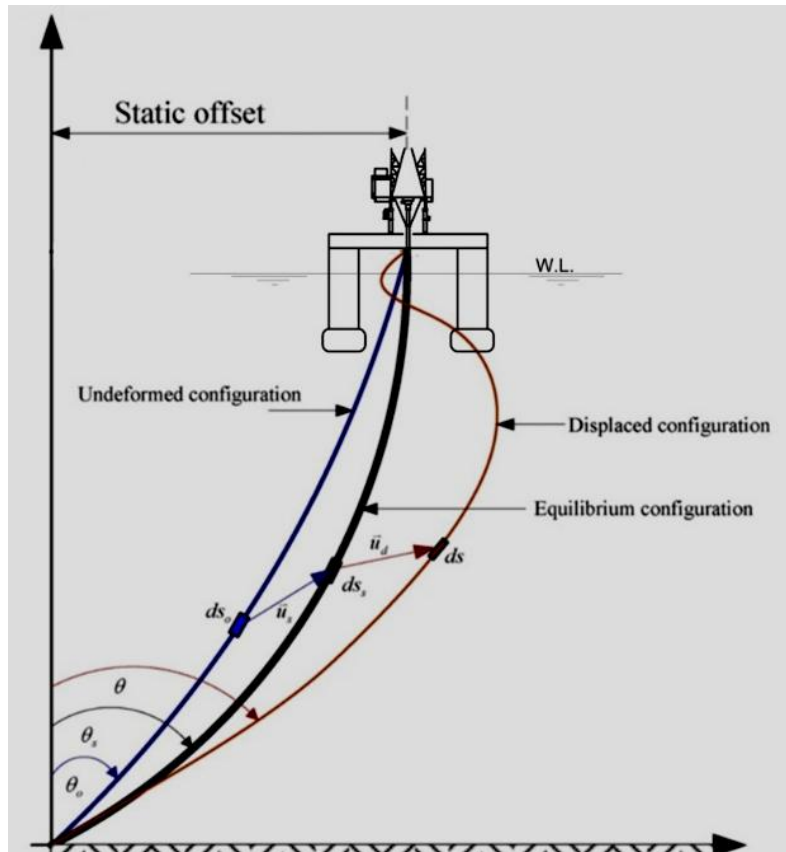
از دید شکل، رایزرها به انواع رایزرهای زنجیری فولادی (SCR)، رایزرهای با کشش فوقانی (TTR)، رایزرهای شکل‌پذیر (FR) و رایزرهای ترکیبی (HR) تقسیم می‌شوند که همگی آنها قابلیت استفاده تا عمق ۳۰۰۰ متر را دارند. از جهت دیگر، با توجه به نوع ماده، رایزرها به دو نوع صلب و انعطاف‌پذیر تقسیم می‌شوند. رایزرهای صلب معمولاً تحت فرآیندهای مورد نیاز مانند جوش کاری، پوشش و بازرسی، در دور از ساحل یا نزدیک ساحل ساخته می‌شوند، در حالی که انواع انعطاف‌پذیر در نزدیک ساحل و با استفاده از ماشین‌های مخصوص تولید می‌شوند.

با توجه به اینکه استفاده از رایزرهای آب‌های عمیق، در مقایسه با رایزرهای آب‌های کم عمق، یک مفهوم جدید است، و همین طور از این جهت که با افزایش عمق، مجهولات افزایش یافته و شرایط دریایی پیچیده تر و سخت تر می‌شود، آنالیز و طراحی و کنترل رایزرها برای عملیات آب‌های عمیق یکی از چالش‌های مهم و بزرگ در زمینه سازه‌های نیمه‌شناور است. در این حالت مسایل جدیدی مانند کشش بالای رایزر، ارتعاش در اثر گرداب (VIV)، فشار و دمای بالا (HP/HT)، اندرکنش لوله-خاک و غیره مطرح می‌شود که باید در آنالیز، طراحی و انتخاب این رایزرها مدنظر قرار گیرد.

جرم افزوده ممکن است در طول آنالیز رایزر تحت VIV تغییر کند. این تغییر می‌تواند مثبت یا منفی باشد که باعث می‌شود فرکانس طبیعی بیشتر یا کمتر شود. این مورد توسط سارپکایا [1] و گوپالکریشن [2] مطالعه شده است که آنها نتیجه گرفتند که هر دوی جرم افزوده و میرایی وابسته به فرکانس و دامنه هستند. میرایی ممکن است با افزایش دامنه حرکت بیشتر شود و دامنه VIV را کمتر کند، حتی در مورد قفل‌شدگی این حالت باعث می‌شود که جابجایی‌ها از یک مقداری بزرگ تر نشود.

رفتار دینامیکی رایزرها

به طور کلی رفتار یک رایزر از تئوری‌های مقدماتی تیر یا میله تبعیت می‌کند، در حالی که در حالت موضعی به صورت یک پوسته استوانه‌ای می‌باشد. طول یک رایزر در مقایسه با ابعاد مقطع آن بسیار زیاد است و بنابراین یک رایزر به صورت یک میله سه‌بعدی مدل می‌شود تا یک پوسته سه‌بعدی و عموماً خط مرکزی رایزر برای معرفی شکل کلی رایزر در آنالیزهای استاتیکی و دینامیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. طبق شکل ۱ برای آنالیز رایزر سه حالت مدنظر قرار می‌گیرد. حالت اول وضعیت بدون تغییر شکل است که ایده‌آل است. حالت دوم، شکل تعادل است. در این حالت رایزر تحت بارهای مستقل از زمان مانند وزن، جریان ثابت آب و جریان داخلی قرار گرفته است و تحت این بارها به وضعیت تعادل رسیده است. در نهایت با تاثیر بارهای متغیر با زمان مانند موج، موقعیت رایزر به حالت سوم تغییر می‌یابد که با زمان در حال تغییر است.

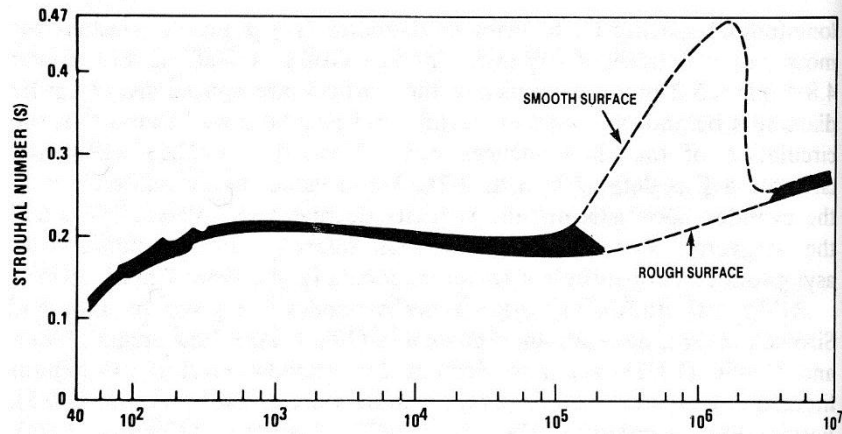


شکل ۱: سه حالت کلی یک رایزر دریایی سه‌بعدی.

رایزر آب‌های عمیق سازه‌ای هستند که در معرض جریان می‌توانند دچار ارتعاش در اثر انتشار گردابه شوند. در اثر انتشار گردابه از طرفین رایزر ارتعاش در اثر گردابه به وجود می‌آید. این مورد به خصوص در رابطه با بحث خستگی رایزرها بسیار مهم می‌شود. همچنین VIV می‌تواند باعث افزایش نیروی درگ وارد بر رایزر شود. بنابراین مهم است که برای طراحی این گونه سازه‌ها مدل مناسبی وجود داشته باشد که این اثرات را مدنظر قرار دهد. در مطالعات قبلی توصیف شده است، که برای نمونه می‌توان به بلوینز [3] و وندیور [4] اشاره کرد. برای یک رایزر دایره‌ای ثابت صلب در معرض جریان یکنواخت، فرکانس انتشار گردابه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_s = S \frac{U}{D}$$

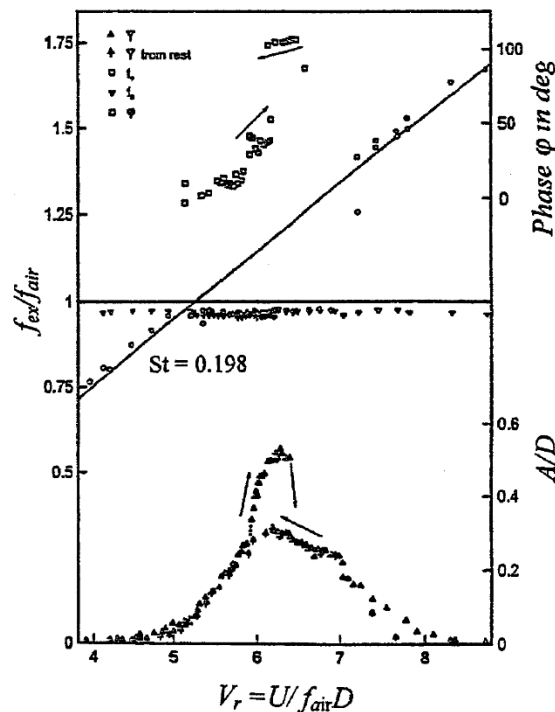
که U سرعت جریان، D قطر استوانه رایزر هستند. S عدد استروهال است که تابعی از عدد رینولدز می‌باشد. شکل ۲ تغییرات عدد استروهال بر حسب عدد رینولدز را نشان می‌دهد. برای جریان‌های زیر بحرانی ($300 < Re < 1.5 \times 10^5$) تغییرات ناچیزی دارد و حدود 0.2 می‌باشد.



شکل ۲: عدد استروهال بر حسب عدد رینولدز.

نیروی نوسانی در امتداد عمود بر جهت جریان است و از این رو تحت عنوان نیروی عمود بر جریان (CF) شناخته می‌شود. یک نیروی کوچک‌تر در جهت جریان به رایزر وارد می‌شود که به حرکت در خط (IL) معروف است. فرکانس ارتعاش در این امتداد حدود دو برابر فرکانس در امتداد CF است. اگر فرکانس رزونانس طبیعی رایزر خیلی از فرکانس استروهال دور نباشد، ممکن است پدیده قفل‌شدگی (Lock-in) یا همگامی (synchronization) اتفاق بیفتد. در این حالت گردابه‌ها با فرکانس واقعی نوسان منتشر می‌شود و نه با نرخ پیش‌بینی شده. به عبارت دیگر حرکت رایزر است که انتشار گردابه را کنترل می‌کند. همچنین فرکانس نوسان ممکن است دقیقاً مساوی فرکانس رزونانس مورد انتظار رایزر باشد. این حالت به این دلیل رخ می‌دهد که فرآیند تشکیل و انتشار گردابه ممکن است جرم افزوده رایزر را تغییر دهد.

شکل ۳ تغییرات نسبت فرکانس ارتعاش رایزر به فرکانس طبیعی آن بر حسب پارامتر سرعت کاهش یافته نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای سرعت کاهش یافته بین ۵ تا ۸ این نسبت مساوی یک می‌شود که همان ناحیه قفل‌شدگی می‌باشد. در این ناحیه رایزر با فرکانس انتشار گردابه نوسان می‌کند. در خارج از این محدوده فرکانس ارتعاش رایزر با فرکانس انتشار گردابه متفاوت خواهد بود. در همین شکل نسبت دامنه حرکت رایزر به قطر آن نیز محور قائم مشخص شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، در محدوده قفل‌شدگی دامنه حرکت بزرگ به وقوع می‌پیوندد و این دامنه حرکت در خارج ناحیه قفل‌شدگی بسیار ناچیز می‌باشد.



شکل ۳: تغییرات نسبت فرکانس و نسبت دامنه جابجایی رایزر بر حسب سرعت کاهش یافته [5].

برای حالت غیر قفل شدگی، نوسانات در اثر گردابه نامنظم خواهد بود، شامل فرکانس‌های طبیعی سازه بعلاوه فرکانس انتشار گردابه که در طول رایزر اتفاق می‌افتد. بنابراین این سازه‌ها بسیاری مدهای پاسخ و بسیاری فرکانس طبیعی دارند و احتمالات زیادی برای قفل شدگی وجود دارد. وقتی قفل-شدگی اتفاق افتاد، پاسخ یک مودی خواهد شد و خصوصیت موج ایستا را خواهد داشت. اینکه کدام مود پاسخ می‌دهد بستگی به این دارد که کدام یک به فرکانس استروهمال نزدیک‌تر است. برای سازه‌های آب‌های عمیق، تغییرات سرعت جریان در عمق می‌تواند زیاد باشد و نتیجتاً تغییرات فرکانس استروهمال در طول سازه زیاد خواهد بود، که این اثر را دارد که چند مود برای نوسان قفل شدگی نامزد شوند.

مطالعه ساده شده رایزر کششی

بعضی از وجوه دینامیک رایزر می‌تواند با تشخیص فرکانس‌ها و شکل‌های مودی یک تیر کششی با تکیه‌گاه‌های خمش-آزاد در دو انتها توصیف شود. ابتدا در مورد فرکانس می‌توان فرکانس یک تار کششی بدون خمش و یک تیر بدون کشش با طول مساوری L و جرم واحد طول m می‌توان روابط زیر را مطرح کرد:

$$f_{n,string} = \frac{n}{2} \sqrt{\frac{T}{mL^2}} \quad \text{تار کششی:} \quad (1)$$

$$f_{n,beam} = n^2 \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad \text{تیر بدون نیروی محوری:} \quad (2)$$

در اینجا n شماره مود، T کشش ثابت در تار کششی و I ممان اینرسی تیر هستند. در رایزر واقعی کشش در طول عضو ثابت نیست و بر اساس نیروهای وزن و شناوری با عمق تغییر می‌کند. مقدار کشش در قسمت‌های فوقانی بیشتر بوده و با نزدیکی به بستر دریا و تاثیر نیروی وزن، کاهش می‌یابد. اما حتی با تغییر کشش، رابطه ۲ در صورتی که تغییرات کشش ملایم باشد و کشش نقطه میانی به عنوان مبنای محاسبات قرار گیرد، تقریب مناسبی به دست می‌دهد.

شکل‌های مودی تار کششی و تیر بدون کشش مشابه یکدیگر هستند که به صورت توابع سینوسی با شرایط مرزی مشابه می‌باشد. شکل مودی مربوط به فرکانس n ام از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varphi_n(z) = A_0 \sin\left(\frac{n\pi}{L} z\right) \quad (3)$$

که A_0 دامنه نامعلوم است. فرکانس تیر کششی با استفاده از رابطه ساده زیر به دست می‌آید [6]:

$$f_{n,t-beam} = \sqrt{f_{n,string}^2 + f_{n,beam}^2} \quad (4)$$

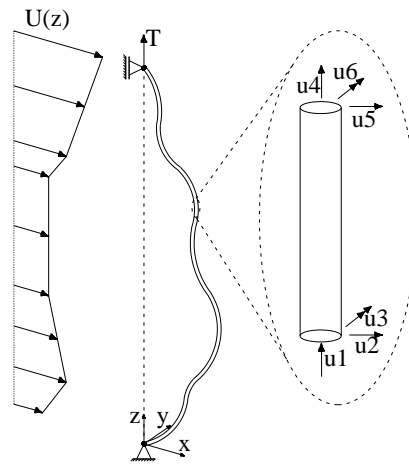
اگر سرعت جریان به گونه‌ای باشد که فرکانس استروهمال نزدیک به فرکانس ارتعاش مود خاصی از رایزر شود، پدیده قفل شدگی می‌تواند در آن مود مشخص اتفاق بیفتد. سرعت متناظر با حالت قفل شدگی مود n ام از رابطه زیر به دست می‌آید. این سرعت به عنوان سرعت U_{ow} شناخته می‌شود.

$$U_n = \frac{f_{n,t-beam} D}{S}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (5)$$

که D قطر رایزر است. با توجه به فرکانس انواع رایزر آب‌های کم عمق و عمیق، مشخص می‌شود که رایزر آب‌های عمیق به دلیل فرکانس‌هایی که دارند، بسیار مستعد وقوع ارتعاش در اثر انتشار گردابه هستند. رایزر آب کم عمق (مانند رایزر سکوه‌های شابلونی) دارای طول کمی (از مرتبه چند ده متر) هستند، و فرکانس آنها به گونه‌ای نیست که دچار ارتعاش در اثر انتشار گردابه شوند.

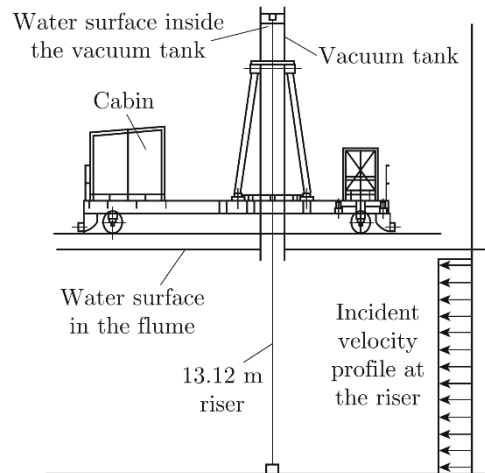
مدل رایزر

مدل رایزر با استفاده از مدل تیر اولر-برنولی انجام شده است. در این مدل، رایزر به تعدادی قسمت مساوی تقسیم می‌شود. برای هر قسمت ۶ درجه آزادی در دو گره در نظر گرفته شده است. در شکل ۴ رایزر در معرض جریان نشان داده شده است. به عنوان نمونه یکی از قسمت‌ها و درجات آزادی آنها نشان داده شده است. در محاسبه جرم، جرم رایزر، جرم سیال داخلی و جرم افزوده در نظر گرفته شده است. اثر کشش فوقانی و نیروی وزن در محاسبه ماتریس سختی مدنظر قرار گرفته است.

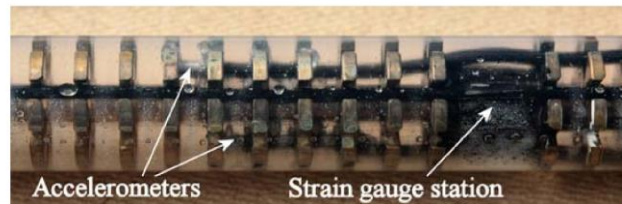


شکل ۴: شماتیک مدل رایزر در معرض جریان و درجات آزادی در نظر گرفته شده.

در این مطالعه از مدل آزمایشی چاپلین استفاده شده است [7]. در جدول ۱ مشخصات رایزر مدل شده نشان داده شده است. رایزر مدل شده نمونه ای است که ۶ متر آن تحت تاثیر جریان قرار دارد و مابقی رایزر تنها حالت مستغرق دارد. نمونه آزمایشگاهی مورد بحث در شکل ۵ نشان داده شده است. شکل ۶ رایزر را با محل گیج‌های کرنش و دو شتابسنج و کابل‌های مربوطه را نشان می‌دهد. همچنین شکل ۷ نصب رایزر به همراه تانک مکش و رایزر زیر آن را برای مدل آزمایش مورد بحث نشان می‌دهد.



شکل ۵: مشخصات مدل آزمایشگاهی چاپلین [7].



شکل ۶: قسمتی از مدل رایزر [7].



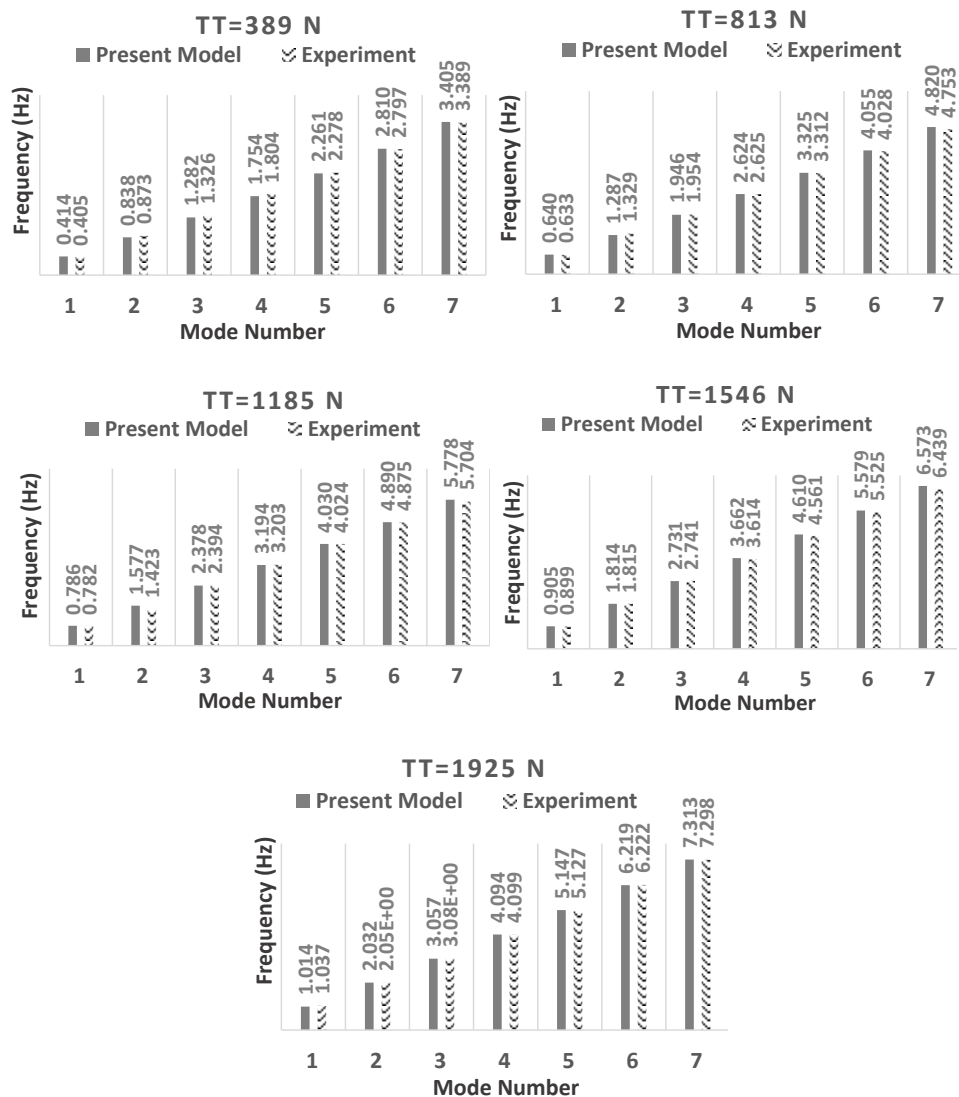
شکل ۷: تانک مکش و رایزر زیر آن [7].

جدول ۱: مشخصات مدل آزمایشگاهی چاپلین [7].

مقادیر	خواص
۱۳/۱۲ متر	طول کل
۲۸ میلیمتر	قطر خارجی
۱/۴۷ کیلوگرم بر متر	جرم
۱/۸۵ کیلوگرم بر متر	جرم (شامل آب داخلی)
۳/۰	نسبت جرم
۱۲/۱ نیوتن بر متر	وزن ظاهری
۲۹/۹ نیوتن بر متر مربع	سختی خمشی
۰/۳۳ درصد	میرایی سازه ای

برای مدل حاضر فرکانس‌های ۷ مود اول برای مقادیر مختلف کشش فوقانی محاسبه و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد. شکل ۸ مقایسه مقادیر فرکانس‌های دو حالت را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که اختلاف نتایج بسیار ناچیز می‌باشد.

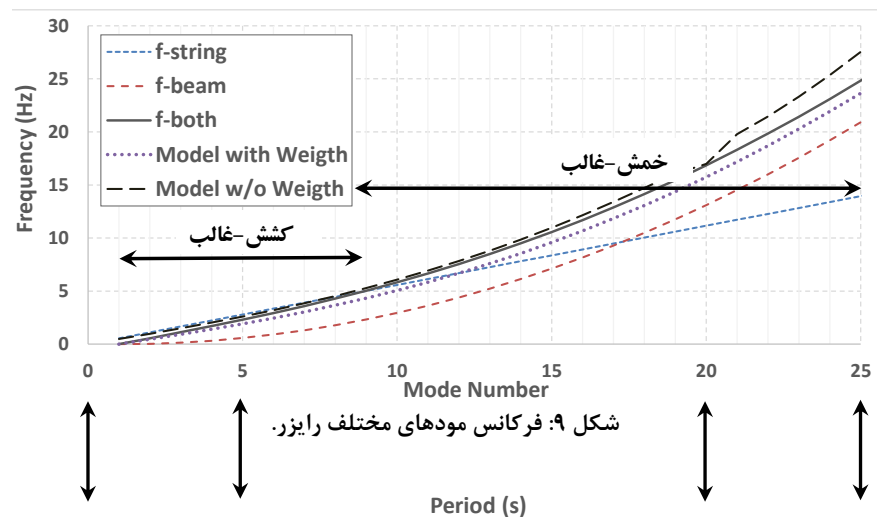
شکل ۹ نشان دهنده فرکانس‌های ۲۵ مود اول رایزر مورد نظر است. مقادیر فرکانس برای رشته کششی، تیر بدون کشش، ترکیب دو حالت و همین‌طور مدل کد نوشته شده برای دو حالت در نظر گرفتن نیروی وزن و بدون آن، و با فرض عدد استروهل برابر $0/17$ نشان داده شده است. این مقدار عدد استروهل کمتر از مقدار متداول $0/2$ است، اما برای استوانه در حال حرکت به کار می‌رود [5]. به عنوان یک تخمین اولیه فرکانس ارتعاش جهت در خط را می‌توان دو برابر ارتعاش جهت عمودی در نظر گرفت. برای یک رشته کششی این بدین معناست که شماره مود جهت در خط دو برابر شماره مود جهت عمودی است، در حالی که برای تیر بدون کشش این مورد به خاطر رابطه مربعی بین n و فرکانس در معادله ۳ کمتر است. این مورد به تفصیل توسط بارهلم [1] بحث شده است. از شکل این گونه به نظر می‌رسد که فرکانس رایزر کششی در مودهای پایین‌تر از مورد رشته کششی تبعیت می‌کند و در مودهای بالاتر به مورد تیر بدون کشش نزدیک می‌شود. این بدان معنی است که سختی رایزر کششی برای مودهای پایین‌تر کشش-غالب است و با افزایش شماره مود، سختی خمشی مهمتر می‌شود. همچنین از شکل مورد نظر این گونه برداشت می‌شود که در نظر نگرفتن نیروی وزن در محاسبه مقدار پریود، تاثیر زیادی در مقادیر فرکانس نمی‌گذارد، اما نیروی وزن باعث افزایش سختی و افزایش فرکانس مودهای مختلف می‌شود.



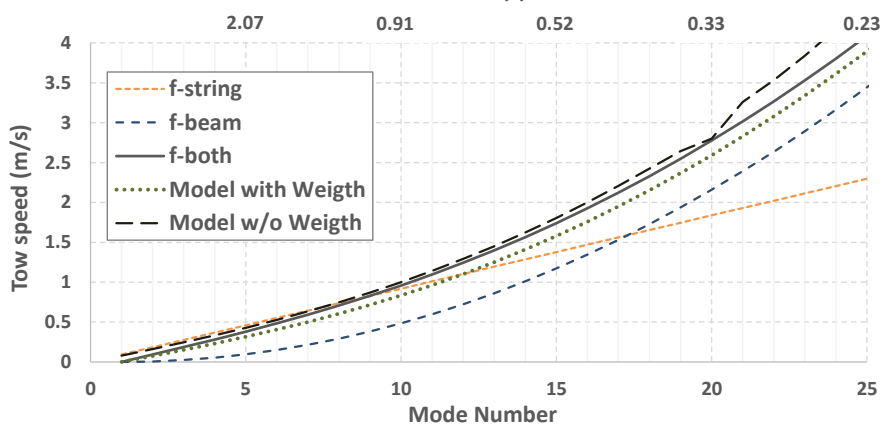
شکل ۸: مقایسه فرکانس‌های مدل این مقاله با فرکانس‌های مدل چاپلین برای مقادیر کشش فوقانی مختلف.

در شکل ۱۰ شماره مود بر اساس سرعت two نشان داده شده است. مشخص است که در بازه سرعت جریان‌های محتمل، بسیاری از مودهای رایزر می‌توانند تحریک شده و پدیده قفل‌شدگی اتفاق بیفتد. به عنوان مثال طبق شکل، در بازه سرعت جریان ۰/۱۶ تا ۲/۰ متر بر ثانیه ممکن است مودهای CF در بازه ای بین ۲ تا ۱۷ تحریک شوند و برای جهت II بازه مودهای تحریک‌شونده بین ۸ تا ۲۴ باشد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، این رایزر برای سرعت جریان ۲ تا ۲ متر بر ثانیه مستعد تحریک مودهای تا ۱۷ را دارد.

فرکانس استروهاال مربوط به انتشار گردابه موجب تحریک نزدیک‌ترین مود به لحاظ مقدار فرکانس، می‌شود. در واقع وقوع پدیده قفل‌شدگی در نزدیک‌ترین فرکانس به فرکانس انتشار گردابه اتفاق می‌افتد. در این صورت مود غالب حرکت همان مود تحریک شده بوده و شکل حرکت رایزر از شکل مود مربوطه تبعیت خواهد کرد. به عنوان نمونه شکل ۱۱ را در نظر بگیرید. نتایج این شکل بر اساس مدل آزمایشگاهی چاپلین به دست آمده است. در این حالت مقدار عدد استروهاال ۰/۱۷ فرض شده است. در ۴ حالت مختلف، کشش فوقانی و سرعت جریان تغییر یافته و نتایج به دست آمده است. طبق شکل مشخص است که در حالت اول، مود دوم سازه تحریک شده است. فرکانس استروهاال مربوط به سرعت جریان ۰/۱۶ متر بر ثانیه، برابر ۶/۱۰ رادیان بر ثانیه است. این مقدار فرکانس نزدیک به مقدار فرکانس مود دوم رایزر تحت کشش ۴۰۵ نیوتنی که ۵/۳۹ رادیان بر ثانیه است، می‌باشد. بنابراین در این حالت پدیده قفل‌شدگی در مود دوم اتفاق افتاده و پوش جابجایی نقاط مختلف رایزر مانند شکل مود دوم خواهد بود. نتایج مربوط به سایر موارد در جدول ۲ نشان داده شده است.



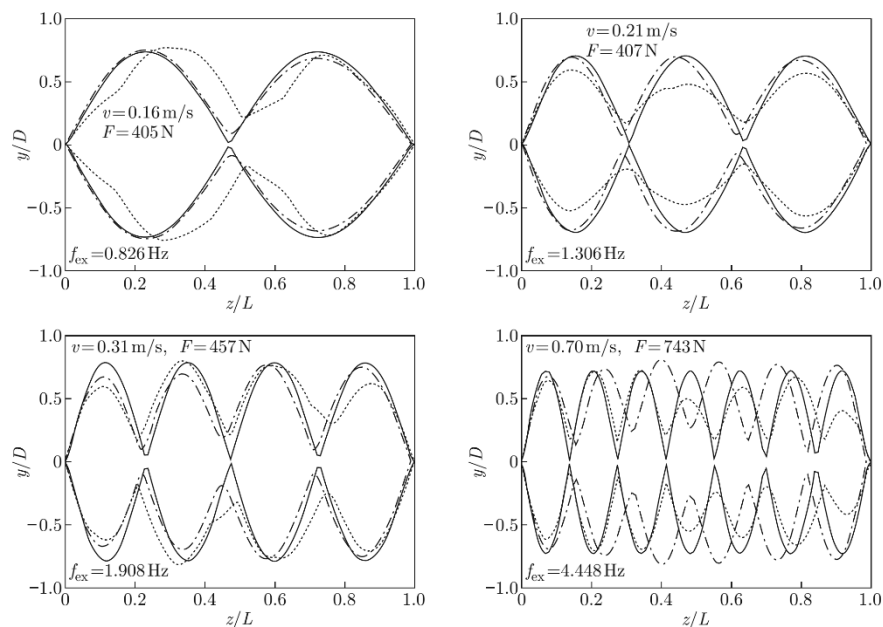
شکل ۹: فرکانس مودهای مختلف رایزر.



شکل ۱۰: سرعت tow بر حسب شماره مودهای مختلف و پر بود.

جدول ۲: مشخصات مودهای رایزر و مقایسه با فرکانس استروهاال در ۴ حالت مختلف

Case	TT (N)	U (m/s)	Ω_f	Dominant Mode	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	ω_6	ω_7	ω_8
Case1	405	0.16	6.10	2	2.66	5.39	8.23	11.25	14.48	17.97	21.76	25.86
Case2	407	0.21	8.01	3	2.66	5.39	8.23	11.25	14.48	17.97	21.76	25.86
Case3	457	0.31	11.82	4	2.87	5.80	8.84	12.04	15.44	19.09	23.01	27.24
Case7	743	0.7	26.69	7	3.81	7.67	11.60	15.66	19.87	24.28	28.91	33.79



شکل ۱۱: پوش جابجایی نقاط مختلف رایزر برای حالت‌های مختلف کشش فوقانی و سرعت جریان [8].

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله به مطالعه رفتار مودی رایزر آب عمیق با کشش فوقانی پرداخته شد. در صورت نزدیکی فرکانس طبیعی سازه به فرکانس انتشار گردابه پدیده قفل‌شدگی اتفاق می‌افتد. ارتعاش در اثر گردابه به دلیل ماهیت نوسانی، باعث ایجاد خستگی در رایزر می‌شود. ارتباط بین فرکانس‌های طبیعی رایزر و نحوه وقوع پدیده ارتعاش در اثر گردابه با توجه به خصوصیات مودی رایزر بیان شد. مشخص شد که فرکانس رایزر به فرکانس هر مود سازه که نزدیک تر باشد، باعث وقوع پدیده قفل‌شدگی در آن مود خواهد شد. در این حالت رایزر تحت آن مود مشخص به صورت یک مود ایستا نوسان خواهد کرد. همچنین با بررسی تاثیر نیروی وزن در محاسبه فرکانس‌های سازه مشخص شد که وزن تاثیر زیادی در مقدار فرکانس‌های سازه ندارد و در نظر گرفتن آن باعث افزایش سختی و افزایش فرکانس مودهای مختلف می‌شود. مشخص شده است که سختی رایزر کششی برای مودهای پایین‌تر کشش- غالب است و با افزایش شماره مود، سختی خمشی مهمتر می‌شود. مشخص شده است که در بازه سرعت جریان‌های محتمل، بسیاری از مودهای رایزر می‌توانند تحریک شده و پدیده قفل‌شدگی اتفاق بیفتد. برای رایزر مورد مطالعه مشخص شد که در بازه سرعت جریان ۰/۱۶ تا ۲/۰ متر بر ثانیه ممکن است در امتداد CF مودهای ۲ تا ۱۷ تحریک شوند و برای امتداد IL مودهای ۸ تا ۲۴ می‌توانند تحریک شده و پدیده قفل‌شدگی اتفاق بیفتد. در حالت واقعی که جریان در ارتفاع تغییرات مقداری و جهتی دارد، برهم‌نهی پیچیده‌ای از این نتایج، با واقعیت انطباق خواهد داشت که چنین مطالعاتی باعث افزایش عمق نگرش به پاسخ و رفتار سیستم می‌شود.

مراجع

- [1] Sarpkaya, T., 1978. Fluid forces on oscillating cylinders. Journal of The Waterway, Port, Coastal and Ocean Division 104, 275–290.
- [2] Gopalkrishnan, R., 1993. Vortex-Induced Forces on Oscillating Bluff Cylinders. Ph.D. Thesis, MIT, Cambridge, MA, USA.
- [3] Blevins, R.D., 1990. Flow-Induced Vibration, second ed. Van Nostrand Reinhold, New York.
- [4] Vandiver, J.K., 1993. Dimensionless parameters important to the prediction of vortex-induced vibration of long, flexible cylinders in ocean currents. Journal of Fluids and Structures 7, 423–455.
- [5] Feng, C.-C., 1968. The measurement of vortex-induced effects in flow past stationary and oscillating circular and d-section cylinders. Master's Thesis, Department of Mechanical Engineering, The University of British Columbia, Canada.
- [6] Timoshenko, S., Young, D.H., Weaver, W., 1974. Vibration Problems in Engineering, fourth ed. Wiley, New York.
- [7] Chaplin, J.R., Bearman, P.W., Huera Huarte, F.J., Pattenden, R.J. 2005. Laboratory measurements of vortex-induced vibrations of a vertical tension riser in a stepped current Journal of Fluids and Structures 21, 3 – 24.

- [8] Xue, H.X., Tang. W.Y., Zhang. S.K., 2009. Simplified Model for Evaluation of VIV-induced Fatigue Damage of Deepwater Marine Risers J. Shanghai Jiaotong Univ, 14(4), 435- 442.
- [9] Larsen, C.M., Koushan, K., 2005. Empirical model for the analysis of vortex induced vibrations of free spanning pipelines. EUROLYN Conference, Paris, France.
- [10] Baarholm, G.S., Larsen, C.M., Lie, H., 2006. On fatigue damage accumulation from in-line and cross-flow vortex-induced vibrations on risers. Journal of Fluids and Structures 22, 109–127.