



## تحلیل کاربردی سکوی پایه کششی در حوزه فرکانس با عملگر دامنه پاسخ

ابراهیم ملایجردی<sup>۱</sup>، محمدرضا تابش پور<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی دریا، قطب علمی هیدرودینامیک و دینامیک متحرک‌های دریایی کشور، دانشگاه صنعتی شریف؛

<sup>۲</sup>استادیار، قطب علمی هیدرودینامیک و دینامیک متحرک‌های دریایی کشور، دانشگاه صنعتی شریف؛

### چکیده

سکوی پایه کششی در آب‌های عمیق در بخش تولید و استخراج نفت و گاز مورد استفاده قرار می‌گیرد، سکو تحت اعمال امواج برخوردی، در حرکات مختلف جابجا می‌شود و از آنجایی که اگر سکو دچار آسیب و یا حادثه شود خسارت‌های زیادی به محیط زیست، منابع سوخت‌های فسیلی و سرمایه مالی می‌زند. بنابراین تعیین رفتار سکو تحت بارهای محیطی بخصوص بار موج حائز اهمیت می‌باشد. در این مقاله تحلیل کاربردی سکوی پایه کششی در حوزه فرکانس با عملگر دامنه پاسخ انجام شده است. در این مقاله با تحلیل در حوزه فرکانس ابتدا توابع تبدیل نیروی امواج برخوردی به سکو سپس عملگر دامنه پاسخ حرکات مختلف محاسبه شده است. همچنین با در نظر گرفتن طیف موج مربوط به بحر خزر و با استفاده از توابع تبدیل نیروی موج برخوردی و عملگر دامنه پاسخ حرکات، طیف نیروی امواج برخوردی و پاسخ حرکات مختلف سکو بدست آمده است. در نهایت با تحلیل طیف‌ها، پارامترهای آماری از قبیل  $RMS^1$ ، میانگین پاسخ و پاسخ شاخص استخراج شده است.

**کلمات کلیدی:** سکوی پایه کششی، حوزه فرکانس، عملگر دامنه پاسخ، تحلیل طیفی

### مقدمه

سکوهای پایه کششی در زمره سکوهای نفتی دور از ساحل بخش تولید نفت و گاز قرار می‌گیرد. و برای اعماق بیشتر از ۲۰۰ متر و کم‌تر از ۱۵۰۰ متر مناسب می‌باشد. استفاده از سکوی پایه کششی برای نگهداری توربین‌های بادی کاربرد دارد.

سکوی پایه کششی، سکوی شناور می‌باشد که توسط تندون‌ها به بستر دریا مهار شده است. این سکو شامل بدنه شناور، عرشه و سیستم مهار می‌باشد و بدنه شناور نقش نگهداری عرشه سکو را بر عهده دارد و توسط یک سیستم پیچیده سکو مهار می‌شود. بویانسی بدنه شناور از وزن سکو بیشتر می‌باشد بنابراین نیازمند تندون‌های سخت یا پیش‌تنیده می‌باشد تا بویانسی اضافی را جبران کند. تندون‌ها توسط فوندانسیون در کف دریا که بوسیله شمع‌هایی به خاک بستر دریا کوبیده می‌شوند، متصل می‌شوند. سیستم مهار با تحریک جانبی سکو توسط بارهای محیطی مانند موج، باد و جریان در جهت افقی اجازه حرکت می‌دهد اما در جهت قائم این آزادی را نمی‌دهد. بنابراین سکوی پایه کششی پایداری بالایی دارد و گزینه مناسبی برای دریای عمیق می‌باشد.

طراحی ابتدایی سکوی پایه کششی شامل ۴ ستون استوانه‌ای شکل می‌باشد که توسط پانتون‌ها به یکدیگر متصل می‌شوند این سکوها معمولاً به شکل مربعی یا مثلثی می‌باشند. البته یک نوع سکوی ستاره دریایی جزو خانواده سکوی پایه کششی است. بدنه شناور سکوهای پایه کششی شبیه به سکوهای نیمه‌شناور می‌باشند. رایزرها<sup>۲</sup> نیز در سکوی پایه کششی اصولاً لوله‌هایی هستند که برای عملیات استخراج نفت استفاده می‌شوند. این رایزرها از عرشه تا بستر کشیده می‌شود. مزایا سکوی پایه کششی شامل قابلیت چرخش، حرکات بسیار کوچک در راستای قائم و پایداری در این راستا، با افزایش عمق، هزینه‌ها به نسبت سکوهای دیگر کمتر افزایش می‌یابد، قابلیت استخراج نفت از آب‌های عمیق، هزینه تعمیر و نگهداری کم و معایب آن، هزینه اولیه بالا، هزینه بالای نصب در زیر دریا، خستگی در پایه‌های کششی، سختی تعمیر و نگهداری اتصالات تاندون‌ها، مخازن نگهداری کوچک روی سکو می‌باشند.

در این مقاله به تحلیل در حوزه فرکانس سکوی پایه کششی ISSC در نرم‌افزار تجاری ANSYS-AQWA پرداخته شده است. در این تحلیل با استفاده از روش المان مرزی، معادلات دینامیکی حرکات سکو محاسبه شده است. در نهایت تابع تبدیل نیروی موج برخوردی و عملگر دامنه پاسخ حرکات در پیرودهای مختلف موج بدست آمده است. همچنین در این مقاله با در نظر گرفتن یک طیف موج و با استفاده از تابع تبدیل نیروی موج و عملگر دامنه پاسخ حرکات طیف نیرو و پاسخ حرکات استخراج شده است.

پاولینگ و هورتون حرکات سکوی پایه کششی و نیروهای مهار پایه‌ها با استفاده از فرایند هیدرودینامیکی خطی در سال (۱۹۷۰) تعیین کرد[۱]. در سال (۲۰۰۲)، چاندرسکاران و همکاران به موضوع رفتار دینامیکی سکوی پایه کششی مثلثی و مربعی تحت بار موج منظم پرداختند، در این پژوهش معادله دینامیکی سکوی پایه کششی بصورت تحلیلی استخراج کرد سپس بصورت عددی معادله را حل کرد و به این نتایج دست یافت که سکوی پایه کششی مثلثی در حرکات سرج و هیو جابجایی کم‌تری نسبت به مربعی دارد اما در درجه آزادی پیچ نیروی بیشتری جذب می‌کند

<sup>1</sup>Root Mean Square

بنابراین پاسخ بیشتری دارد [۲]. چنگ، دینگ ژانگ در سال ۲۰۰۵ به آنالیز دینامیکی کوپل یک سکوی MINI-TLP و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی پرداخت [۳]. تابش پور در سال ۲۰۰۵ تحلیل دینامیکی غیر خطی و تصادفی سکوی دارای پایه کششی را انجام داد [۴]. زنگ ژایو، شنگ ژایو در سال ۲۰۰۷ به بررسی هم‌گیری حرکات ۶ درجه آزادی، موقعیت لحظه ای، سطح خیس شده لحظه‌ای، تاثیرات سطح آزاد و نیروی درگ ویسکوز، آنالیز دینامیکی سکوی ISSC TLP در عمق ۴۱۵ متر در امواج منظم و تعیین نمودارهای RAO حرکات صفحه افقی پرداخت [۵]. احمدی و همکاران در سال ۲۰۱۲ مدلسازی عددی برهم کنش سکوی پایه کششی مرسوم و موج منظم به روش المان مرزی انجام داد در این پایان نامه معادله دینامیکی به روش المان مرزی استخراج شده است. در محاسبه نیروی موج وارد بر سکو اثر تفرق در نظر گرفته شده است. سپس تحلیل در حوزه فرکانس صورت گرفته است (اپراتورهای دامنه پاسخ، تابع تبدیل نیرو و ممان و ...). همچنین تحلیل در حوزه زمان انجام گرفته است [۶]. شوقی و تابش پور در سال ۲۰۱۲ مدل‌های خطی و غیرخطی حرکت سرج سکوی پایه کششی را مقایسه کردند [۷]. در سال ۲۰۱۴ شناژویک و همکاران ماتریس سختی خطی سکوی پایه کششی را استخراج کردند [۸].

## ۲ - معادلات اساسی حاکم

در این پژوهش برای استخراج معادلات دینامیکی سکوی پایه کششی تحت امواج منظم از نرم‌افزار ANSYS-AQWA که بصورت روش المان مرزی تحلیل می‌کند، استفاده شده است. در ادامه فرمولاسیون تئوری حاکم بر نرم‌افزار معرفی شده است [۹].

### ۲-۱- تئوری پتانسیل سرعت موج

#### ۲-۱-۱- نیروهای تفرق، فرود کریلو، تشعشی

فرمولاسیون تئوری با فرض اینکه سرعت برخورد موج صفر می‌باشد. در این بخش به بارگذاری هیدرو دینامیکی سیال در سازه با استفاده از تئوری تفرق در امواج منظم پرداخته می‌شود. در این تئوری سیال ایده‌آل و غیر چرخشی فرض می‌شود. همچنین موج برخوردی به سازه از نوع دامنه کوچک (شیب موج کم) می‌باشد.

از آنجایی که تئوری تفرق و تشعشی مورد استفاده در نرم‌افزار مرتبه اول می‌باشد. تئوری خطی سوپرپوزیشن برای فرمولاسیون پتانسیل سرعت در محدوده سیال ممکن است استفاده گردد. پتانسیل سرعت موج بصورت زیر بیان می‌گردد.

$$\phi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z) e^{-i\omega t} \quad (1)$$

تابع پتانسیل سرعت مختلط می‌باشد و به دو بخش تقسیم می‌شود. این دو بخش در زیر شرح داده شده است.

الف) هنگامی که سازه شناور باشد و در آب ساکن قرار گیرد. حرکات بدنه در سیال باعث بوجود آمدن نیروهای تشعشی می‌گردد. توجه شود که این نیروها تابعی از حرکات بدنه می‌باشند و در ترم‌های ضرایب جرم افزوده و میرایی در معادله دینامیکی لحاظ می‌گردند.

ب) هنگامی که سازه ثابت می‌باشد و تحت موج منظم قرار می‌گیرد. نیروهای تحریک موج دارای دو مولفه‌ی فرود کریلو و تفرق موج می‌باشد.

پتانسیل کلی بعلت موج برخوردی با دامنه واحد بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\phi(x, y, z, t) e^{-i\omega t} = [(\phi_l + \phi_d) + \sum_{j=1}^6 \phi_j x_j] e^{-i\omega t} \quad (2)$$

که  $\phi_l$  پتانسیل موج برخوردی،  $\phi_d$  پتانسیل موج متفرق شده،  $\phi_j$  پتانسیل بعلت حرکت مود  $j$  ام و  $x_j$  حرکت مود  $j$  ام می‌باشد.

پتانسیل سرعت موج برای حوزه موج برخوردی که تفرق و پراکنندگی ایجاد نمی‌شود، بصورت زیر بیان می‌گردد.

$$\phi_l = \left[ \frac{-ig \cosh[k(d+z)] e^{ik(x \cos \theta + y \sin \theta)}}{\omega \cosh(kd)} \right] \quad (3)$$

که  $d$  عمق آب،  $k$  عدد موج و جهت موج می‌باشد.

بدست آوردن تابع پتانسیل برای جریان نامتراکم، غیر ویسکوز و غیر چرخشی از حل معادله لاپلاس بدست می‌آید که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{or} \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (4)$$

هم زمان با برقراری معادله لاپلاس، شرایط مرزی مسئله نیز باید ارضا شود که در زیر به آنها اشاره شده است [۱۱، ۱۲].

۱- شرط مرزی بستری با فرض اینکه مبدا مختصات در سطح آب قرار دارد

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{in} \quad z = -h \quad (5)$$

در اینجا  $h$  عمق آب دریا می‌باشد.

۲- شرط مرزی سطح آزاد

تنش برشی بخاطر مقاومت پایین هوا صفر می‌باشد.

$$\tau_{\omega} = g \frac{\partial \phi}{\partial z} - \omega^2 \phi = 0 \quad (6)$$

۳- شرط مرزی سینماتیکی روی بدنه

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \vec{v} \cdot \vec{n} \quad (7)$$

در اینجا سرعت روی یک نقطه از بدنه و بردار نرمال روی سطح بدنه می باشد که جهت مثبت آن به سمت سیال است.

۴- شرط منطقه دور (شرط انتشار)

$$|\nabla \phi| \rightarrow 0 \quad \text{when } z \rightarrow -\infty \quad (8)$$

توابع پتانسیل مختلط می باشد اما در بخاطر مقادیر فیزیکی از قبیل فشار سیال و حرکات بدنه بصورت ترم حقیقی بدست خواهد آمد. باید ترم های ناشناخته پتانسیل را بوسیله تابع گرین و شرایط مرزی سطوح در قلمرو سیال در نظر گرفته شده بدست آورد. زمانی که پتانسیل ها بدست آمدند توزیع فشار هیدرودینامیکی مرتبه اول بوسیله معادله برنولی خطی سازی می شود.

$$p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (9)$$

با انتگرال گیری از توزیع فشار روی سطح خیس بدنه نیروهای تفرق و نیروی فرود کریلو بدست می آید که بصورت زیر بیان می گردد.

$$F_j = -\int_s P n_j ds = -\int_s i \omega \rho (\phi_I + \phi_D) n_j ds \quad (10)$$

$$F_d = -\int_s i \omega \rho (\phi_D) n_j ds \quad (11)$$

$$F_I = -\int_s i \omega \rho (\phi_I) n_j ds \quad (12)$$

که نیروی تفرق و نیروی فرود کریلو می باشد. و نیرو تشعشی وارد بر بدنه بصورت زیر بدست می آید.

$$F_{ji} = -\int_s i \omega \rho (\phi_i) n_j ds \quad (13)$$

که  $F_{ji}$  نیروی تشعشی در جهت ام و حرکت ام بدنه می باشد. ممکن می باشد دارای ترم های حقیقی و مجازی باشد و با جایگذاری در معادله ضرایب جرم افزوده و دمپینگ موج بدست بیاید.

$$\phi_j = \phi_j^{\text{Re}} + i \phi_j^{\text{Im}} \quad (14)$$

$$F_{ji} = \omega \rho x_i \int_s (\phi_i)^{\text{Im}} n_j ds - \int_s i \omega \rho (\phi_i)^{\text{Re}} n_j ds \quad (15)$$

## ۲-۱-۲ ضرایب جرم افزوده و میرایی

از آنجایی که حرکت بدنه هارمونیک می باشد، نیروی تشعشی در ترم های جرم افزوده در شتاب حرکت و ضریب میرایی در ترم سرعت حرکت بدنه بیان می شود و بصورت زیر می باشد [۹].

$$F_{ji} = -A_{ji} \ddot{x}_i - B_{ji} \dot{x}_i \quad (16)$$

$$A_{ji} = \frac{\rho}{\omega} \int_s (\phi_i)^{\text{Im}} n_j ds \quad (17)$$

$$B_{ji} = \rho \int_s (\phi_i)^{\text{Re}} n_j ds \quad (18)$$

## ۲-۲ ماتریس سختی سکوی پایه کششی

### ۲-۱-۲ ماتریس سختی هیدرواستاتیکی

برای تحلیل حرکت بدنه صلب حول متوسط موقعیت تعادل، ما نیازمند سختی هیدرواستاتیک برای هر حرکت می باشیم. اگر ماتریس در ترم هایی از حرکات حول مرکز گرانش بیان شود و فشار هیدرواستاتیک با توضیح جرم بدنه در نظر گرفته شود. ماتریس سختی بصورت زیر خواهد بود [۹].

$$K_{hys} = \rho g \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} & k_{34} & k_{35} & 0 \\ 0 & 0 & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ 0 & 0 & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$k_{33} = A \quad (20)$$

$$K_{34} = K_{43} = \int_A y dA \quad (21)$$

$$K_{35} = K_{53} = -\int_A (x dA) \quad (22)$$

$$K_{44} = \int_A y^2 dA + z_{gb} vol \quad (23)$$

$$k_{45} = k_{54} = -\int_A xy dA \quad (24)$$

$$K_{46} = -x_{gb} vol \quad (25)$$

$$k_{55} = \int_A x^2 dA + z_{gb} vol \quad (26)$$

$$k_{56} = -y_{gb} vol \quad (27)$$

## ۲-۲-۲ ماتریس سختی مهار سکوی پایه کششی

رفتار مکانیکی تندون‌ها بصورت الاستیک خطی است. به این ترتیب قانون هوک صادق بوده و در استخراج رابطه‌ی استفاده می‌شود که در آن  $A$  و  $P$  بترتیب سطح مقطع مهار و نیروی مهار هستند. اگر چه رفتار مهار الاستیک خطی در نظر گرفته شده است ولی در درجات آزادی که جابجایی تندون بسیار بزرگ می‌باشد، سختی تندون به دلیل ظاهر شدن ترم‌های کسینوسی و سینوسی و رادیکالی، به صورت غیرخطی به دست می‌آید و در معادله دینامیکی بصورت توان  $x^n$  ظاهر می‌گردد.

برای محاسبه‌ی ماتریس سختی مهار سکوی پایه کششی به این صورت عمل می‌کنیم ابتدا جابجایی واحد در هر درجه آزادی اعمال می‌کنیم سپس نیرو وارد بر تندون در هر درجه آزادی را بدست می‌آوریم در نهایت سختی حرکات انتقالی و دورانی بدست می‌آید [۴].

$$K_{tendon} = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ 0 & k_{42} & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ k_{51} & 0 & 0 & 0 & k_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{66} \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$K_{11} = \frac{n(T_0 + \Delta T_1)}{\sqrt{x^2 + L^2}} \quad (29)$$

$$\Delta T_1 = \frac{(\sqrt{x^2 + L^2} - L)AE}{L}$$

$$K_{31} = \frac{n(T_0 \cos \gamma_x + \Delta T_1 \cos \gamma_x)}{x_1} \quad (30)$$

$$\cos \gamma_x = \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}}$$

$$K_{51} = K_{11}KG \quad (31)$$

$$K_{22} = \frac{n(T_0 + \Delta T_2)}{\sqrt{y^2 + L^2}} \quad (32)$$

$$\Delta T_2 = \frac{(\sqrt{y^2 + L^2} - L)AE}{L}$$

$$k_{32} = \frac{n(T_0 \cos \gamma_y + \Delta T_2 \cos \gamma_y)}{y} \quad (33)$$

$$\cos \gamma_y = \frac{L}{\sqrt{y^2 + L^2}}$$

$$K_{42} = -K_{22} K_G \quad (34)$$

$$K_{33} = \frac{nAE}{L} + \frac{\rho \pi g D_c^2}{4} \quad (35)$$

$$K_{44} = n(\rho \pi g b^2 \frac{D_c^2}{4} + T_0 h \frac{\sin \theta_4}{\theta_4} + \frac{AE b \cos \theta_4}{L}) \quad (36)$$

$$k_{34} = \frac{2(\Delta T_4 + \Delta T')}{\theta_4} = 0 \quad (37)$$

$$\Delta T_4 = \frac{AE b \cos \theta_4 (\theta_4)}{L} = -\Delta T'$$

$$k_{35} = \frac{2(\Delta T_5 + \Delta T')}{\theta_5} = 0 \quad (38)$$

$$K_{55} = n(\rho \pi g b^2 \frac{D_c^2}{4} + T_0 h \frac{\sin \theta_5}{\theta_5} + \frac{AE a^2 \cos \theta_5}{L}) \quad (39)$$

$$K_{66} = \frac{n(T_0 + \Delta T_6)(a^2 + b^2)}{\sqrt{L^2 + (a^2 + b^2)\theta_6^2}} \quad (40)$$

که در فرمول‌های بالا  $T_0$  پیش کشیدگی اولیه،  $\Delta T$  ها تغییرات پیش کشیدگی در تاندون‌ها،  $L$  طول تاندون،  $x$ ،  $y$ ،  $\theta_4$ ،  $\theta_5$ ،  $\theta_6$  بترتیب جابجایی در راستاهای سرج، سوی، رول، پیچ، یاو،  $\gamma_x$  و  $\gamma_y$  بترتیب زاویه بین راستای قائم و مایل تاندون در جهت سرج و سوی،  $a$ ،  $b$  طول و عرض سکو، می باشند.

### ۳-۲ ماتریس جرم

ماتریس جرم سکوی پایه کششی بصورت زیر می باشد [۴،۲].

$$\begin{pmatrix} M + A_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M + A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M + A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & I_{44} + A_{44} & 0 & 0 \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & 0 & I_{55} + A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{66} + A_{66} \end{pmatrix} \quad (41)$$

که  $M$  جرم سازه،  $(I_{66}, I_{55}, I_{44})$  ممان اینرسی جرمی رول، پیچ و یاو سازه،  $(A_{11}, A_{22}, A_{33})$  جرم افزوده حرکات سرج، سوی و هیو،  $(A_{44}, A_{55}, A_{66})$  ممان اینرسی جرم افزوده رول، پیچ و یاو،  $(A_{41}, A_{42}, A_{43}, A_{51}, A_{52}, A_{53})$  ممان اول جرم افزوده حرکات، می باشند. ضرایب جرم افزوده از تئوری تفرق با استفاده از معادله (۲۰) محاسبه می گردند.

### ۴-۲ ماتریس میرایی

ماتریس میرایی شامل میرایی سازه‌ای و میرایی تشعشعی موج می باشد. که میرایی سازه‌ای از معادله (۴۵) و میرایی تشعشعی از معادله (۲۱) محاسبه می گردند.

$$\phi^T [c] \phi = [2\xi_i \omega_i m_i] \quad (42)$$

که  $\xi_i$  برابر ۰.۵ در نظر گرفته می شود.

### ۷-۲ عملگر دامنه پاسخ (RAO)

پاسخ یک سازه دریایی، ثابت یا شناور، وقتی تحت موج منظم با فرکانس معلوم قرار می گیرد، دارای پاسخ پایدار هارمونیک می باشد. در حالت کلی که برای سیستم‌های خطی به نسبت عملگر دامنه پاسخ به دامنه موج، عملگر دامنه پاسخ گفته می شود. عملگر دامنه پاسخ که به دامنه موج نرمال می شود و برای محدوده‌ای از فرکانس‌ها یک تابع تبدیل است زیرا نیروی موج برخوردی به سکو را پاسخ حرکات سکو تبدیل می کند.

در محاسبه عملگر دامنه پاسخ، امواج بصورت منظم در نظر گرفته می‌شوند و یک محدوده مناسب از فرکانس‌ها برای بیان طیف امواج آب در نظر گرفته می‌شوند. عملگر دامنه پاسخ می‌تواند بصورت تئوری بکمک روابط ریاضی و یا به روش اندازه‌گیری شده بدست آید. معادلات حرکت سازه برای استخراج نمودار RAO به صورت زیر می‌باشد [۹]:

$$M(s)\ddot{X} + M(a)\dot{X} + C\dot{X} + K(s)X = F \quad (43)$$

که  $M$  ماتریس جرم سازه،  $M(a)$  ماتریس جرم افزوده سازه،  $C$  ماتریس ضریب میرایی،  $K(s)$  ماتریس ضریب فنری (نیروهای بازگرداننده)،  $X$  میزان جابجایی بدنه،  $F$  نیروی محرک خارجی می‌باشد. در هر درجه آزادی ضرایب معادله حرکت در پریودهای مختلف محاسبه شده، سپس معادله در هر درجه آزادی و برای پریودهای مختلف حل می‌شوند. بدین صورت برای هر درجه آزادی جداول یا منحنی‌های RAO در مقادیر پریود یا فرکانس بدست می‌آید. اگر داشته باشیم  $F = F_0 e^{-i\omega t}$  و  $X = X_0 e^{-i\omega t}$  که  $\omega$ ، فرکانس موج برخوردی می‌باشد. بعد حل معادله خواهیم داشت:

$$X = HF_0 \quad (44)$$

که:

$$H = (K(s) - [M(s) + M(a)]\omega^2 - iC\omega)^{-1} \quad (45)$$

که  $H$  تابع تبدیل می‌باشد که نیروهای ورودی را به پاسخ خروجی مرتبط می‌کند. جرم افزوده، میرایی و نیروهای امواج وابسته به فرکانس موج می‌باشند. عملگر دامنه پاسخ حرکات نسبت مولفه دامنه حرکت به دامنه موج می‌باشد. عملگر دامنه پاسخ بی‌بعد می‌باشد که برای حرکات سرج، سوی و هیو که بر حسب جابجایی می‌باشند نسبت دامنه پاسخ به دامنه موج می‌باشد و برای حرکات چرخشی مانند رول، پیچ و رول برای اینکه بی‌بعد شود باید دامنه حرکت چرخشی بجای  $\zeta_a$  بر دامنه شیب موج  $k\zeta_a$  تقسیم می‌کنیم. عملگر دامنه پاسخ برای شش حرکت سکو بصورت می‌باشد [۱۰].

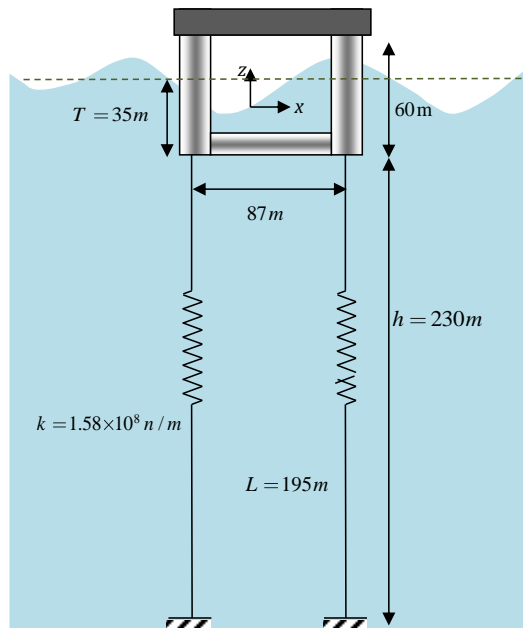
$$\frac{x_a}{\zeta_a}, \frac{y_a}{\zeta_a}, \frac{z_a}{\zeta_a}, \frac{\theta_a}{k\zeta_a}, \frac{\psi_a}{k\zeta_a}, \frac{\phi_a}{k\zeta_a} \quad (46)$$

### ۳- سکوی مورد مطالعه

سکوی مورد مطالعه، سکوی پایه‌کشی به نام ISSC TLP می‌باشد که مشخصات آن در جدول ۱ آورده شده است [۱۱].

جدول ۱: مشخصات تاندون و مشخصات ISSC TLP در عمق ۳۳۰ متر

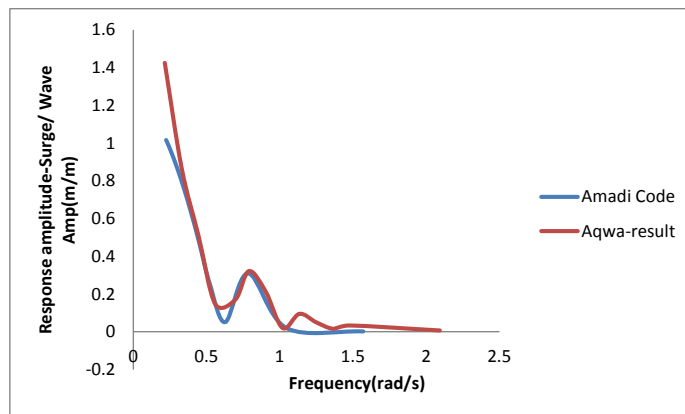
0.3m	شعاع خارجی تاندون	35m	آبخور
0.212m	شعاع داخلی تاندون	$54.5 \times 10^6 \text{ kg}$	جابجایی
195	طول تاندون	$40.5 \times 10^6 \text{ kg}$	جرم
$1.1445E7 \text{ N}$	پیش کشیدگی هر تاندون	$82.37 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	ممان اینرسی حرکت رول
$2.1E11 \text{ N/m}^2$	مدول یانگ تاندون	$82.37 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	ممان اینرسی حرکت پیچ
$1.5E8 \text{ N/m}$	سختی محوری هر تاندون	$98.07 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	ممان اینرسی حرکت یاو
3	تعداد تاندون‌ها زیر هر ستون	38m	ارتفاع مرکز ثقل بالای کیل



شکل ۱: سکوی پایه کششی مورد مطالعه.

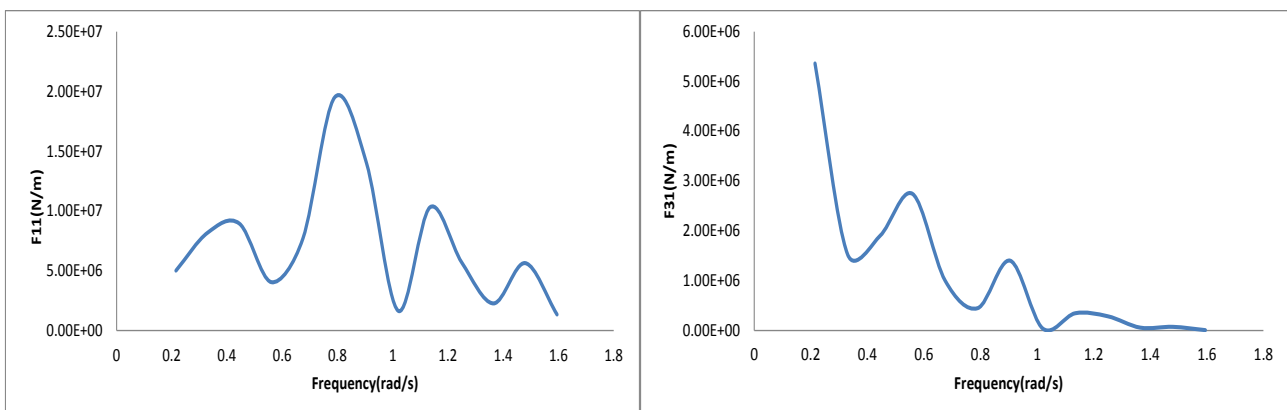
۴- نتایج

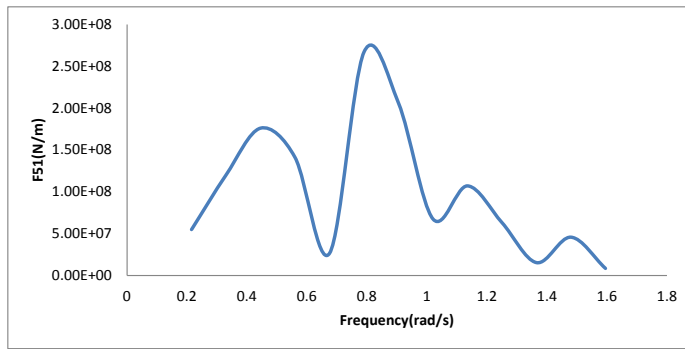
۴-۱- اعتبار سنجی نتایج [۶]



شکل ۶: صحت سنجی نتایج.

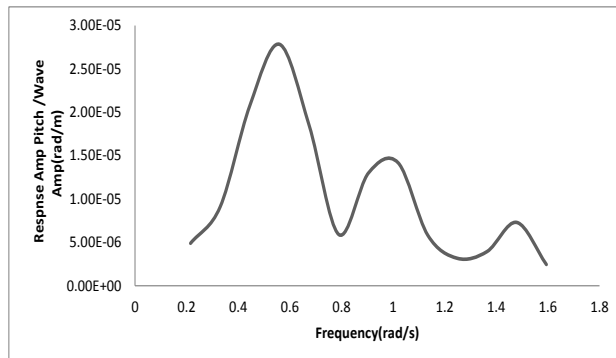
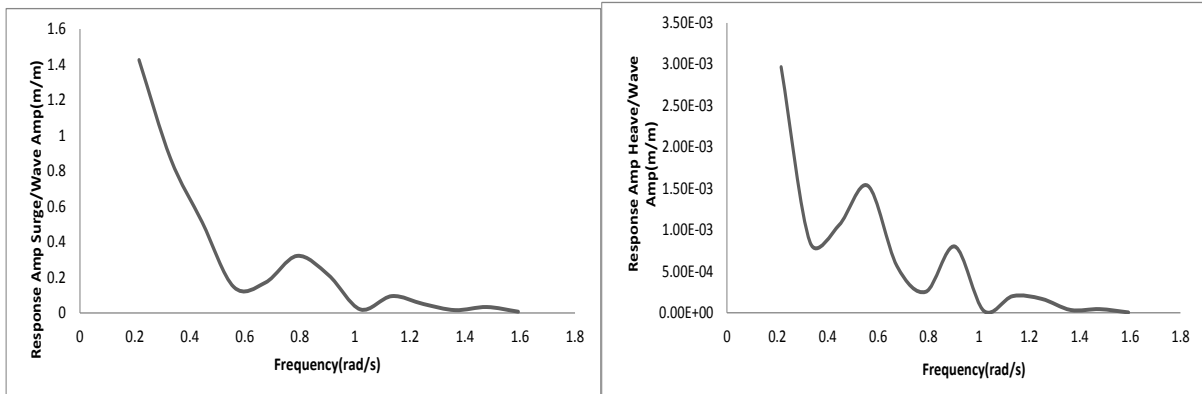
۴-۲- تابع تبدیل نیروی موج حرکات سکو





شکل ۳: تابع تبدیل نیروی سرج، هیو و پیچ موج وارد به سکو در زاویه برخورد صفر درجه بر حسب فرکانس.

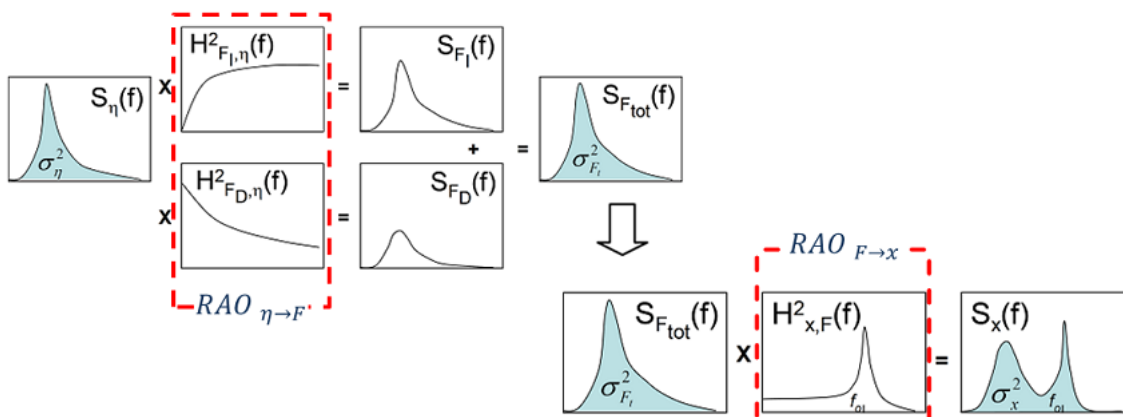
### ۳-۴ عملگر دامنه پاسخ حرکات سکو



شکل ۴: عملگر دامنه پاسخ سرج، هیو و پیچ موج وارد به سکو در زاویه برخورد صفر درجه بر حسب فرکانس.

### ۵- تحلیل طیفی

تحلیل طیفی سازه‌ها در امواج بصورت زیر انجام می‌شود.



شکل ۵: دیاگرام تحلیل طیفی.



## ۵-۱ طیف انرژی موج

متداول است که اهمیت نسبی مولفه‌های موج مورد استفاده برای نمایش امواج تصادفی را بر حسب طیف انرژی بیان کرد. مدل‌های ریاضی طیف‌ها اغلب بر اساس یک و یا دو پارامتر بیان می‌شوند [۱۰].

یکی از طیف‌های تک پارامتری که اغلب برای امواج توسعه یافته دریا مورد استفاده قرار می‌گیرد، طیف پیرسون - مسکوویچ (P-M) است.

### ۵-۱-۱ مسکوویچ-پیرسون طیف

طیف پیرسون-مسکوویچ بر اساس پارامتر ارتفاع موج شاخص،  $H_s$ ، با رابطه زیر تعریف می‌شود.

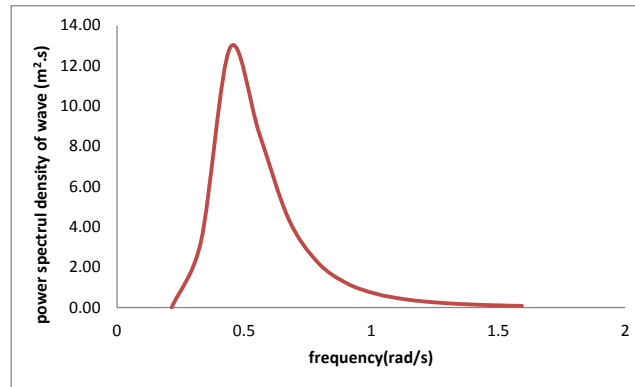
$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp(-1.25(\frac{\omega}{\omega_0})^{-4}) \quad (48)$$

که در آن  $\alpha = 0.0081$  و  $g = 9.81 \frac{m}{s^2}$  فرض می‌گردد. همچنین  $\omega_0$ ، فرکانس متناظر با حداکثر ارتفاع در طیف P-M است با رابطه زیر بدست

می‌آید:

$$\omega_0^2 = 0.161 \frac{g}{H_s} \quad (49)$$

نمونه‌ای از طیف فوق برای  $H_s = 8m$  در شکل (۶) نمایش داده شده است.



شکل ۶: طیف پیرسون مسکوویچ برای  $H_s = 8m$ .

همانطور که دیده می‌شود چگالی انرژی برای امواج با پریودهای پایین (فرکانس‌های بالا) بسیار کم است. همچنین واریانس امواج،  $\sigma^2$ ، طبق رابطه زیر از طریق محاسبه مساحت زیر منحنی طیف انرژی محاسبه می‌شود.

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} S(\omega).d\omega \quad (50)$$

همچنین واریانس امواج بصورت زیر بوسیله ارتفاع موج شاخص در طیف P-M نیز بیان می‌شود.

$$H_s^2 = 16\sigma^2 \quad (51)$$

## ۵-۲ طیف‌های نیروی امواج وارد بر سازه [۱۰،۱۳]

در یک سیستم خطی مقدار طیف نیروی امواج وارد بر سازه در یک فرکانس مفروض، از حاصلضرب مربع قدرمطلق تابع تبدیل نیروی موج حرکات سازه در یک طیف موج محاسبه شود.

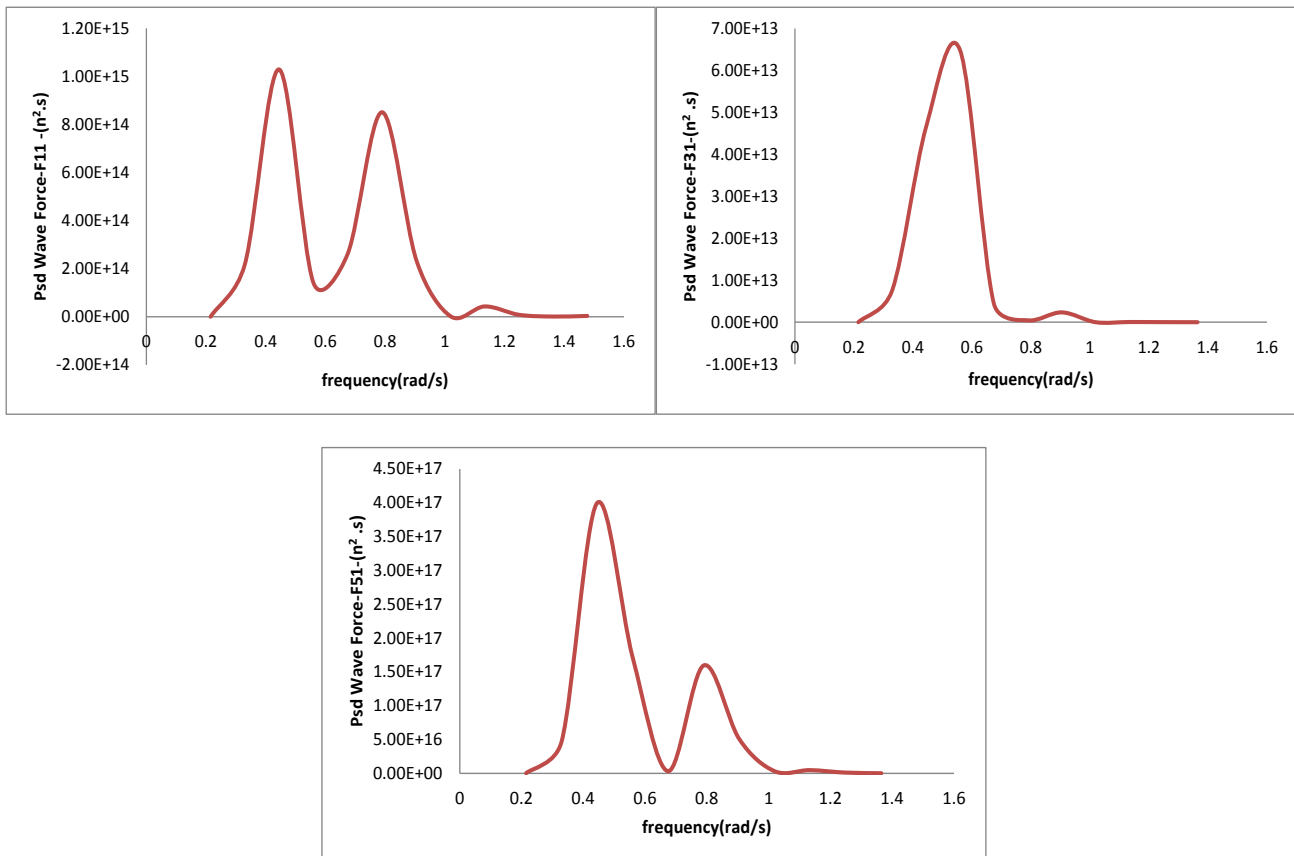
طیف انرژی موج و طیف پاسخ به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$S_{\zeta}(\omega) = \frac{1}{2} \zeta^2(\omega) \quad (52)$$

$$S_F(\omega).d\omega = \frac{1}{2}F_a^2(\omega) \quad (53)$$

$$S_F(\omega).d\omega = \left| \frac{F_a}{\zeta_a}(\omega) \right|^2 \cdot \frac{1}{2}\zeta_a^2(\omega) \quad (54)$$

$$S_F(\omega) = RAO^2 \times S_\zeta(\omega) = \left| H_{F\zeta}(\omega) \right|^2 S_\zeta(\omega) \quad (55)$$



شکل ۷: طیف تابع تبدیل نیروی موج وارد بر سکو، سرچ، هیو و پیچ موج وارد به سکو در زاویه برخورد صفر درجه بر حسب فرکانس

### ۳-۵ طیف‌های پاسخ

عملگر دامنه پاسخ‌ها به عنوان توابع انتقال برای محاسبه مقادیر صریح حرکتی سازه از روی طیف امواج محیطی (در تحلیل حوزه فرکانس) به کار می‌روند. در یک سیستم خطی مقدار طیف پاسخ در یک فرکانس مفروض، از حاصلضرب مربع قدرمطلق عملگر دامنه پاسخ حرکات سازه در یک طیف موج محاسبه شود [۱۰، ۱۳].

طیف انرژی موج و طیف پاسخ به صورت زیر تعریف می‌شوند.

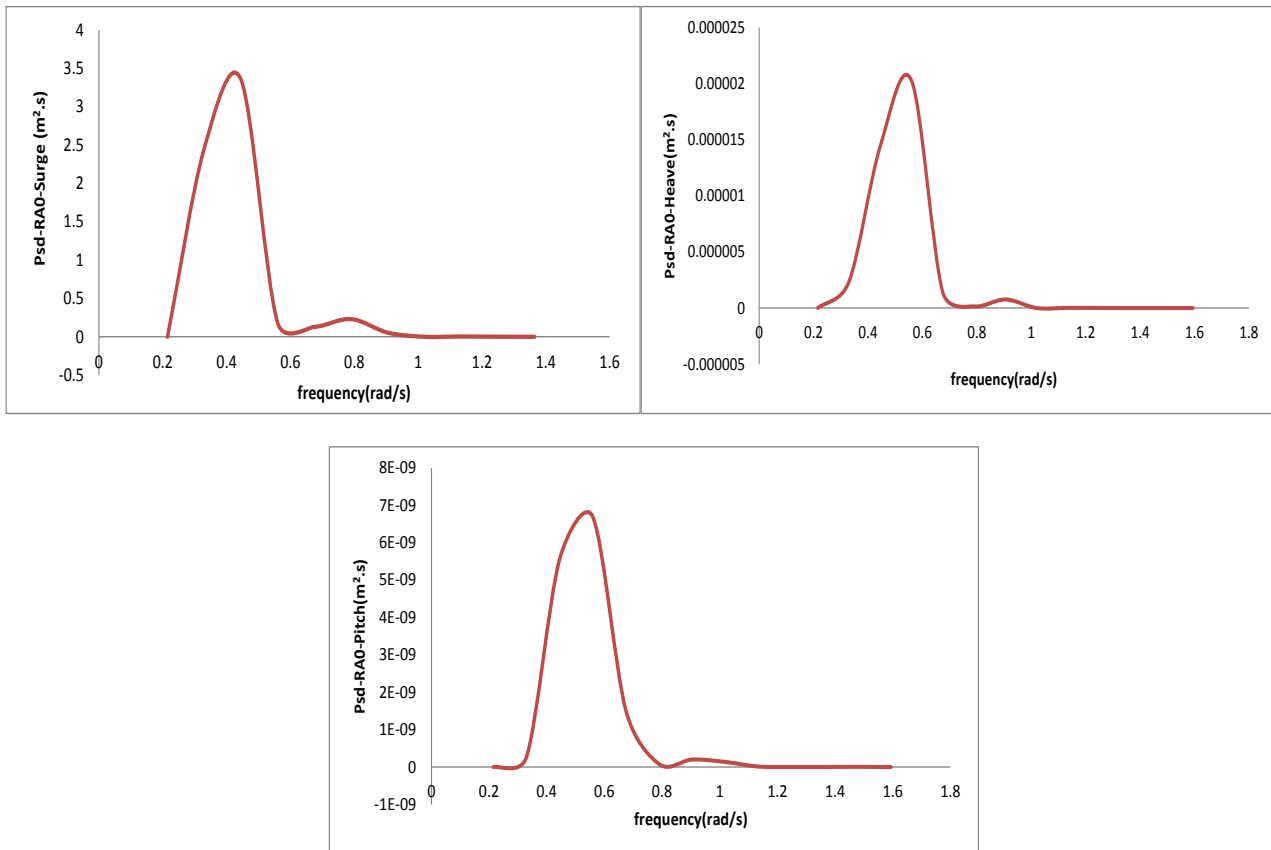
$$S_\zeta(\omega) = \frac{1}{2}\zeta^2(\omega) \quad (56)$$

$$S_z(\omega).d\omega = \frac{1}{2}z_a^2(\omega) \quad (57)$$

$$S_z(\omega).d\omega = \left| \frac{z_a}{\zeta_a}(\omega) \right|^2 \cdot \frac{1}{2} \zeta_a^2(\omega) \quad (58)$$

$$S_z(\omega) = RAO^2 \times S_\zeta(\omega) = |H_{z\zeta}(\omega)|^2 S_\zeta(\omega) \quad (59)$$

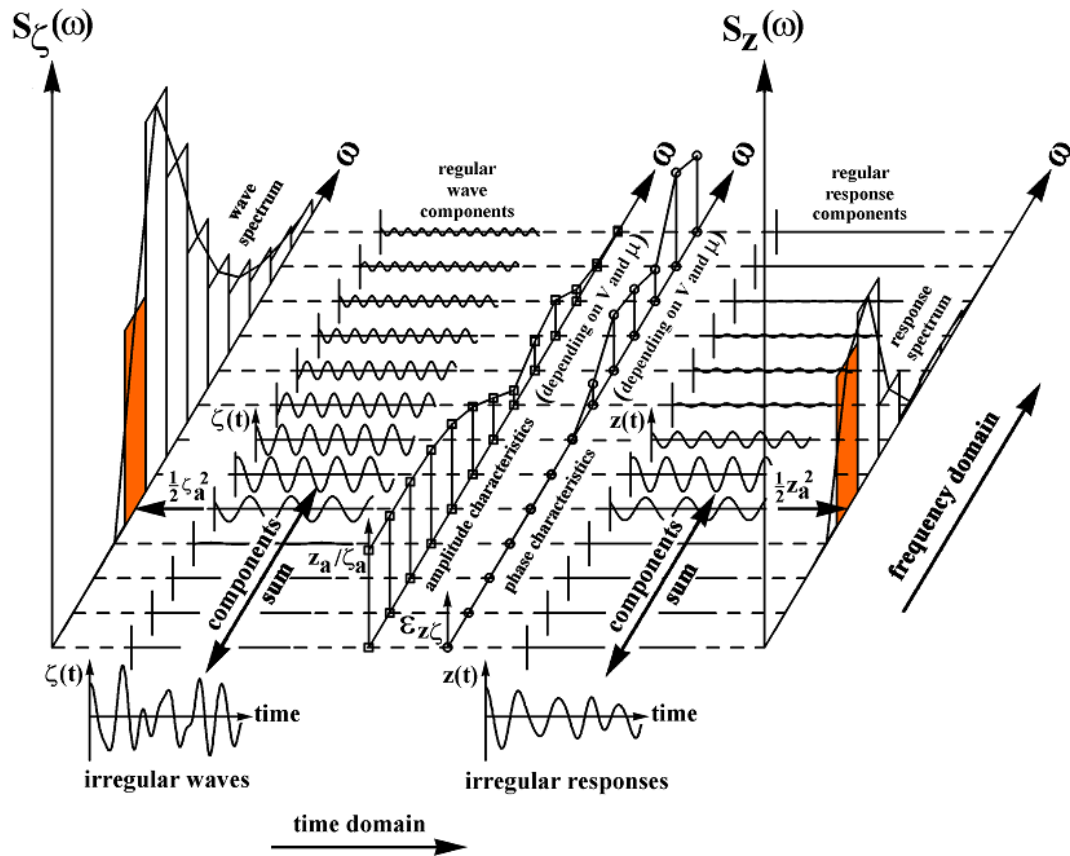
که  $S_\zeta(\omega)$  طیف امواج محیطی و  $S_z(\omega)$  طیف پاسخ سازه می باشد



شکل ۸: طیف پاسخ، سرج، هیو و پیچ موج وارد به سکو در زاویه برخورد صفر درجه بر حسب فرکانس

## ۶-تفسیر نتایج

به دلیل اینکه چگالی طیف انرژی موج ورودی، چگالی انرژی پاسخ سیستم بصورت بعنوان طیف پاسخ تعریف می گردد. طیف چگالی انرژی موج دارای دیمانسیون  $(Height)^2 \times time$  و دیمانسیون RAO بصورت  $\frac{Response}{Wave Amplitude}$  می باشد. بنابراین طیف پاسخ دارای دیمانسیونی بصورت  $(ResponseAmplitude)^2 \times time$  است. مزیت عمده تحلیل حوزه فرکانس و استفاده از نمودار RAO استفاده از پاسخ برای یک حالت یا واقعه محیطی با ارتفاع موج مشخصه و پریود موج مشخصه معلوم و یکتا می باشد. در تحقیق حاضر از اثرات باد و جریان صرفنظر شده است. اساس این تبدیل انرژی موج به انرژی پاسخ در شکل نشان داده شده است. تاریخچه زمانی موج نامنظم در سمت چپ شکل از تعدادی موج منظم با دامنه و اختلاف فاز تصادفی تشکیل شده است. مقدار  $\frac{1}{2} \zeta_a^2(\omega) / \Delta\omega$  انرژی هر مولفه ی موج می باشد که در طیف انرژی موج دارای یک محدوده ی فرکانس می باشد. هر مولفه ی موج منظم می تواند به یک مولفه ی پاسخ منظم بوسیله ضرب در تابع تبدیل  $z_a / \zeta_a$  تبدیل شود. با ترسیم مقدار  $\frac{1}{2} z_a^2(\omega) / \Delta\omega$  هر مولفه ی پاسخ در محور فرکانس، در نتیجه سمت راست تصویر شما تاریخچه زمانی پاسخ و طیف انرژی پاسخ را می بینید [۱۰].



شکل ۱۰: ارتباط بین طیف های امواج، نیروها و پاسخ [۱۰]

ممان های طیف پاسخ با استفاده از فرمول زیر محاسبه می گردد [۱۰].

$$m_{nz} = \int_0^{\infty} S_z(\omega) \cdot \omega^n \cdot d\omega \quad (72)$$

with:  $n=0,1,2,\dots$

که  $n=0$  سطح زیر نمودار طیف انرژی محاسبه می شود و جذرگیری از مساحت،  $RMS$  پاسخ بدست می آید.  $n=1$  ممان اول و  $n=2$  ممان اینرسی منحنی طیف انرژی را می دهد. دامنه پاسخ شاخص از تابع چگالی طیفی محاسبه می گردد، و بعنوان میانگین  $\frac{1}{3}$  از بزرگترین دامنه ها معرفی می شود. و همچنین میانگین دامنه پاسخ بصورت زیر بیان می گردند.

$$RMS = \sqrt{m_{oz}} \quad (73)$$

$$Z_{d_{1/3}} = 2 \cdot RMS = 2 \cdot \sqrt{m_{oz}} \quad (74)$$

$$\bar{Z} = 1.25 \cdot RMS = 1.25 \cdot \sqrt{m_{oz}} \quad (75)$$

جدول ۳: پارامترهای آماری طیف توابع تبدیل نیروی موج و پاسخ حرکات

طیف مورد نظر	RMS	Significant Response	Mean Response
طیف نیروی سرج موج وارد به سکو	1.8E+07	3.6E+07	2.2E+07
طیف نیروی هیو موج وارد به سکو	3.81E+06	8E+06	5E+06
طیف نیروی پیچ موج وارد به سکو	3.11E+08	6.21E+08	3.88E+08
طیف پاسخ سرج	8.59E-01	1.717383067	1.073364417
طیف پاسخ هیو	2E-03	4E-03	3E-03
طیف پاسخ پیچ سکو	4.1E-05	8.2E-05	5.1E-05

همانطور که از جدول (۲) مشخص است. پارامترهای آماری طیف تابع تبدیل نیروی موج و پاسخ حرکات را نشان می‌دهد. RMS نیروی سرج موج وارد به سکو تا ۱۰ برابر بزرگتر از RMS نیروی هیو می‌باشد. و RMS دامنه پاسخ حرکت سرج در مقایسه با حرکت هیو حدود ۲۰۰ برابر بزرگتر می‌باشد.

#### مراجع

- [1] Angelides, D. C, Chen, C, Will, S. A, 1982, Dynamic response of tension leg platform, Offshore Technology Conference.
- [2] S.Chandraskaran, A. K. Jain. (2000), Dynamic behaviour of square and triangular offshore tension leg platforms under regular wave loads, Ocean Engineering.
- [3] Cheng, X, Ding, Yu, Zhang, J, 2006. Couple Dynamic Analysis of mini TLP Comparison with Measurement, Ocean Engineering.
- [۴] م. تابش پور، ۱۳۸۵، تحلیل دینامیکی غیر خطی و تصادفی سکوی دارای پایه کششی، پایان نامه دکترا در مهندسی عمران، دانشکده عمران دانشگاه صنعتی شریف.
- [5] Xiao, Z, Xiao, SH, Ying-Xiang, WU, 2007, Governing equation and numerical solution of tension leg platform with finite amplitude motion, division of engineering science, Institute of Mechanics, chinese Academy of Science.
- [۶] ع. احمدی، ۱۳۹۱، مدل‌سازی عددی برهم کنش سکوی پایه کششی مرسوم و موج منظم به روش المان مرزی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه شریف.
- [7] M. R. Tabeshpour, R. Shoghi, 2012., Comparison between linear and nonlinear models for surge motion of TLP, Int. J. Mar. Sci. Eng.
- [۸] Senjanović, N. Hadžić, M. Tomić, N. Vladimir, 2014, Stiffness of tension leg platforms of tlp, NE. 1848-3976.
- [۹] Aqwa line user manual, Release 12.0 April 2009.
- [۱۰] Journee, J.M.J. and Massie, W.W, 2001, Offshore Hydrodynamics, Delft University of Technology, Delft, The Netherland.
- [۱۰] Kim, C.H., Kim, M.H., Liu, Y.H., Zhao, C.T., 1994. Time domain simulation of nonlinear response of a coupled Tension Leg Platform system in random seas. In: Proceedings of ISOPE, Osaka, pp. 68–77.
- [۱۲] م. تابش پور، ۱۳۹۳، مقدمه‌ای بر ارتعاشات تصادفی بر اساس کتاب نیولند، انتشارات فدک ایستاتیس.
- [۱۳] م. تابش پور، جزوه درس طراحی و تحلیل سکوهایی شناور، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف.