

## پاسخ تحلیلی معادله غیرخطی هیو کوپل با سرچ در سکوه‌های پایه کششی

محمدرضا تابش پور<sup>۱\*</sup>، رضا هدایت پور<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>استادیار، قطب علمی هیدرودینامیک و دینامیک متحرک‌های دریایی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف؛ tabeshpour@sharif.edu  
<sup>۲</sup>کارشناس ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف؛ rezaheady1988@gmail.com

### چکیده

بررسی و درک پاسخ سازه‌های سکوه‌های پایه کششی نه تنها برای تحلیل پاسخ ضروری است بلکه در موارد طراحی و مهندسی نیز موضوعی حیاتی به شمار می‌رود. وابستگی میان حرکات سرچ و هیو نیز مسأله‌ای مهم در این راستا است. هنگامیکه سکوه‌های پایه کششی در راستای افق حرکت می‌کنند، بنا به ماهیت فیزیکی آنها، موجب حرکت در راستای قائم می‌شوند که این حرکت متفاوت از حرکت هیو ناشی از نیروی موج در راستای قائم است. وابستگی میان حرکات سرچ و هیو به صورت ترمی مجزا در معادله حرکت هیو ظاهر می‌شود. در اینجا فقط حرکات سکو در درجات آزادی سرچ و هیو در نظر گرفته شده‌اند. همچنین، معادله غیرخطی حرکت سرچ با استفاده از روش تکرار و با احتساب پاسخ سیستم به دست آمده است. همچنین لازم به ذکر است که سختی‌های مربوطه به صورت غیرخطی لحاظ گردیده‌اند. در این تحلیل، نیروی موج وارد بر المان‌های سازه سکو با استفاده از تئوری موج آیری و معادله موریسون محاسبه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که در جابجایی‌های بزرگ حرکت سرچ سهم وابستگی حرکات مذکور در پاسخ حرکت هیو دارای اهمیت است و باید در محاسبات کلی، با دقت، لحاظ شود. همچنین نشان داده خواهد شد که این وابستگی با فرکانس‌هایی به اندازه دو برابر فرکانس موج، دو برابر فرکانس طبیعی سیستم در راستای سرچ و جمع و تفاضل فرکانس موج و فرکانس طبیعی سیستم در راستای سرچ ظاهر می‌شوند.

**کلمات کلیدی:** سکوی پایه کششی، حرکت سرچ، حرکت هیو، پاسخ کوپل هیو

### مقدمه

سکوی پایه کششی در میان سکوه‌های نفتی، یک سازه تطبیقی به شمار می‌رود. به طوری که در راستای عمود همانند یک سازه صلب عمل می‌کند و دارای پرپود طبیعی پایین در حدود ۲ تا ۴ ثانیه می‌باشد، در حالی که در راستای افقی آزادی عمل بیشتری دارد و تقریباً همانند یک سازه شناور رفتار می‌کند و پرپود طبیعی آن به بیش از ۷۰ ثانیه می‌رسد. این سازه‌ها همانند آنچه که در شکل ۱ نشان داده شده است توسط مهارهایی تحت کشش هستند تا موقعیت ثابتی در صفحه افقی داشته باشند و دامنه حرکات هیو، رول و پیچ را در مقایسه با حرکات سرچ، اسوی و یاو در سطح پایینی نگه دارند. درجات آزادی مربوطه در شکل ۲ به نمایش گذاشته شده است. در پروژه حاضر سعی شده تا با استفاده از حل تحلیلی معادلات غیرخطی کوپل به مطالعه رفتار سکوی پایه کششی در دو راستای سرچ و هیو در امواج پرداخته شود. در ادامه شرح مختصری از تحلیل هیدرودینامیکی سکو و حرکات مذکور نیز ارائه گردیده است. در این زمینه فعالیت‌های مختلفی صورت پذیرفته است که به تعدادی از آنها اشاره می‌شود.

تابش پور و شوقی در سال ۲۰۱۴ با استفاده از روش هموتوبی در مقایسه با روش‌های سنتی به بررسی دینامیکی حرکت غیرخطی سرچ سکوی پایه کششی پرداخته‌اند [۱]. چاندراسکاران و جین نیز در سال ۲۰۰۲، رفتار دینامیکی سکوه‌های پایه کششی مثلثی و مربعی را تحت بارگذاری امواج مورد مطالعه قرار داده‌اند. مطالعات آنها شامل عوامل غیرخطی ناشی از تغییر کشش در مهار و نیروی غیرخطی درگ بوده است [۲]. تابش پور همچنین در سال ۲۰۱۳ چگالی طیفی توان پاسخ ناشی از پاسخ‌های غیرخطی را محاسبه نموده است [۳]. تابش پور و شوقی در سال ۲۰۱۲ پاسخ‌های دینامیکی سکوی پایه کششی در امواج منظم را با سه روش مختلف در حوزه زمانی مورد مطالعه قرار داده‌اند. این روش‌ها عبارتند از روش لینستد-پوانکاره که برای حل معادله دیفرانسیل غیرخطی حرکت سرچ با احتساب اغتشاش مرتبه اول صورت گرفته است، روش اوپلر اصلاح شده که برای حل معادله غیرخطی مورد استفاده قرار گرفته است و در روش آخر معادله دیفرانسیل معمولی برای حل معادله حرکت خطی به کار رفته است. در نهایت نشان داده شده است که تطابق خوبی میان نتایج روش اول و دوم وجود دارد [۴]. تابش پور همچنین در سال ۲۰۰۷ پیشنهاد داده است که می‌توان با در نظر گرفتن پارامترهای تأثیرگذار بر روی رفتار TLP، پیش‌کشیدگی مهار آن را تعیین نمود. همچنین پیش‌کشیدگی بهینه بر اساس سطوح مختلف طیف موج به دست می‌آیند و با یک سیستم مکانیکی بر روی سازه اعمال می‌شوند [۵]. جین در سال ۱۹۹۷ معادله حرکت غیرخطی را با روش بتا نیومارک حل کرده و بر روی پارامترهای مختلف که بر پاسخ سکو اثر می‌گذارند تحقیق نموده است [۶]. هدایت پور در سال ۲۰۱۵ اثرات

کوپلینگ حرکت سرج بر حرکت هیو و همچنین اثرات ارتعاشات مهارهای سکوی پایه کششی بر حرکت سرج را مورد مطالعه قرار داده است. وی همچنین با استفاده از روش رانج-کوتا مرتبه چهار، معادلات حرکت مهارها را به منظور بررسی فرکانس‌های گردابه‌های تنابویی و تحریک‌های پارامتری مورد بررسی قرار داده است [۷]. تابش پور و هدایت پور در سال ۲۰۱۴ پاسخ خطی هیو کوپل با سرج را به صورت تحلیلی نشان داده اند [۸].

### معادله حرکت

معادله حرکت سکوی پایه کششی به عنوان یک سیستم نامیرا تحت یک موج منظم به صورت زیر است:

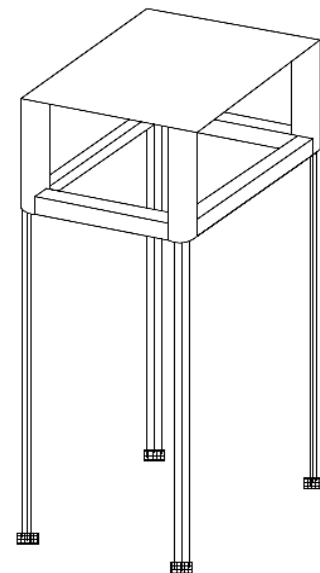
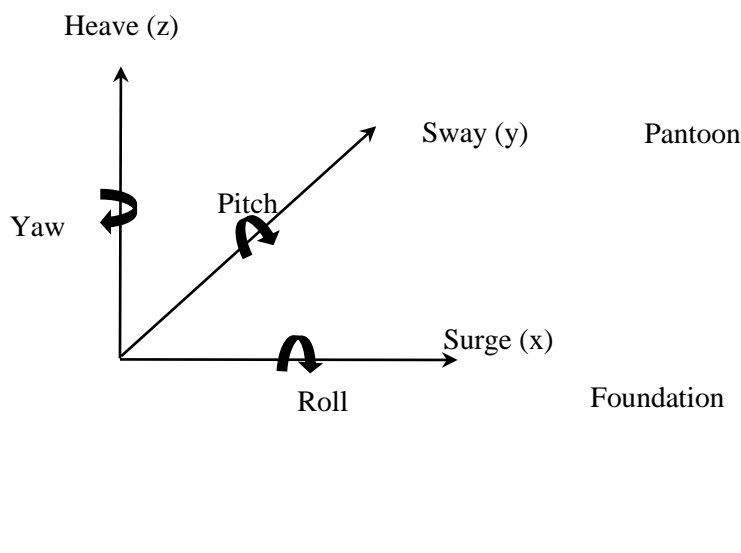
$$[M]\{\ddot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad (1)$$

بطوریکه،  $\{x\}$ ،  $\{\ddot{x}\}$ ،  $[M]$ ،  $[K]$  و  $\{F(t)\}$  به ترتیب نشان دهنده بردار جابجایی سازه، بردار شتاب سازه، ماتریس جرم با احتساب جرم افزوده، ماتریس سختی و بردار نیروی هیدرودینامیکی هستند.

### ماتریس سختی

سکوی پایه کششی در واقع یک سازه هیبریدی است. زیرا این سازه در درجات آزادی افقی یک سازه تطبیقی است و حرکاتش را با شرایط دریایی هماهنگ می‌کند. از طرف دیگر در درجات آزادی عمودی چون این نوع سکو وزن کمتری از بویانسی‌اش است، همین امر پیش‌کششی را در تاندون‌های آن ایجاد می‌کند و موجب سختی درجه آزادی عمودی آن می‌گردد. دلیل اینکه درجه آزادی هیو را سخت می‌کنند این است که این درجه آزادی با تمامی حرکات کوپل بوده و به همین دلیل بیشتر اهمیت می‌یابد. از طرف دیگر این سختی موجب می‌شود تا حرکات ریزر و خود سکو بهتر قابل کنترل باشند. حرکات عمودی به دلیل پیوند طبیعی پایین، در معرض پدیده تشدید قرار نمی‌گیرند [۲]. در حالت کلی درجات سختی این نوع سکو به دو نوع درجات نرم (سرج، اسوی، یاو) و درجات سخت (هیو، رول، پیچ) تقسیم می‌شوند. فرکانس طبیعی درجات نرم به دلیل پیوند بالایی که دارند (پیوند طبیعی این درجات از مرتبه ۷۰ تا ۱۳۰ ثانیه است) از فرکانس موج بسیار پایین‌تر هستند (پیوند امواج دریا در محدوده ۴-۳۰ ثانیه است) و به این ترتیب پدیده تشدید در آنها اتفاق نمی‌افتد که این مسئله موجب می‌شود تا حرکات افقی و در نتیجه نیروی اعمالی به تاندون‌ها در سکو کاهش یابد. از طرفی ماهیت تطبیقی بودن درجات نرم این نوع از سکوها دریایی سبب می‌شود تا در شرایط دریایی نامناسب نیز این سکوها در برابر بارهای ناشی از سکو رفتار مناسبی از خود نشان دهند.

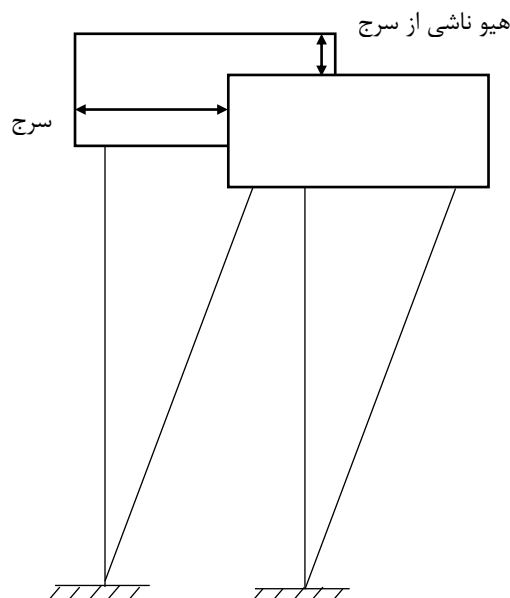
Deck



شکل ۲: درجات آزادی

شکل ۱: ساختار یک سکوی پایه کششی

نیروی موج موجب حرکت همزمان سکو در دو جهت سرج و هیو می‌شود. ولی باید به این موضوع توجه نمود که حرکت هیو سکو از دو قسمت تشکیل می‌شود: جابجایی هیو-هیو که به دلیل نیروی عمودی موج می‌باشد و جابجایی سرج-هیو که در واقع همان جابجایی هیو ناشی از جابجایی سرج می‌باشد. جابجایی نوع دوم در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳: جابجایی هیو ناشی از جابجایی سرج

به دلیل تاثیرپذیری شدید دینامیک سکوی پایه کششی به سختی مهارهایش، بررسی حرکات این نوع سکو به تخمین هرچه دقیق تر ماتریس سختی درجات آزادی آن بستگی دارد. مهارها به صورت استوانه‌ای و با سطح مقطع یکنواخت در کل عمق آب در نظر گرفته شده‌اند و مواد به کار رفته در سرتاسر تاندون به صورت همگن فرض شده است، به این ترتیب تاندون با مشخصه‌های  $L$ ،  $D$  و  $E$  تعریف می‌گردد که به ترتیب طول، قطر و مدول الاستیسیته تاندون هستند. رفتار مکانیکی مهارها به صورت الاستیک خطی است. به این ترتیب قانون هوک صادق می‌باشد.

### سختی سرج

برای به دست آوردن سختی سرج ابتدا یک جابجایی دلخواه  $x$  در جهت سرج ایجاد می‌کنیم و در نتیجه آن میزان پیش کشیدگی در هر تاندون به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Delta T = \frac{(\sqrt{x^2 + L^2} - L) A_t E}{L} \quad (2)$$

بطوریکه  $A_t$ ،  $E$ ،  $\Delta T$ ،  $L$  و  $x$  به ترتیب نشان دهنده سطح مقطع، مدول یانگ، افزایش پیش کشیدگی اولیه به موجب جابجایی دلخواه، طول اولیه مهار و جابجایی دلخواه در درجه آزادی سرج هستند. در ادامه معادله تعادل نیروها در جهت سرج به صورت زیر به دست می‌آید:

$$k_{11}x = n(T_0 + \Delta T) \sin \theta \quad (3)$$

بطوریکه  $n$ ،  $T_0$  و  $\theta$  به ترتیب تعداد مهارها، پیش کشیدگی در هر مهار و زاویه مهار میان دو موقعیت اولیه و ثانویه را نشان می‌دهند.

$$\sin \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}} \quad (3-f)$$

با قرار دادن معادله (۲) و معادله (۳-f) در معادله (۳)، نیروی سختی در جهت سرج به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} k_{11}x &= n \left( T_0 + \frac{(\sqrt{x^2 + L^2} - L) A_t E}{L} \right) \sin \theta = n \left( T_0 + \frac{(x^2) A_t E}{(\sqrt{x^2 + L^2} + L)L} \right) \sin \theta \\ &= n \left( \frac{T_0 x}{L} + \frac{A_t E}{2L^3} x^3 \right) \Rightarrow k_{11} = \frac{nT_0}{L} + \frac{nA_t E}{2L^3} x^2 = k + k'x^2 \end{aligned} \quad (4)$$

معادله تعادل نیروها در جهت هیو نیز به صورت زیر است:

$$k_{31} = \frac{n}{x} [T_0 (\cos \gamma_x - 1) + \Delta T \cos \gamma_x] \quad (5)$$

$$\cos \gamma_x = \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}} = \frac{1}{\left(1 + \left(\frac{x}{L}\right)^2\right)^{0.5}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{L}\right)^2} = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{L}\right)^2 \quad (5-f)$$

$$\Delta T = \left(\sqrt{x^2 + L^2} - L\right) A_t E / L = A_t E \left[\left(1 + \left(\frac{x}{L}\right)^2\right)^{0.5} - 1\right] = A_t E \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 1\right) = \frac{A_t E}{2} \left(\frac{x}{L}\right)^2 \quad (5-b)$$

با بازنویسی معادلات فوق سختی هیو در جهت سرخ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$k_{31} = \frac{n(A_t E - T_0)}{2L} \left(\frac{x}{L}\right) - \frac{nA_t E}{4L} \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (6)$$

که از ترم آخر به علت توان سوم و در نتیجه کوچک بودن آن صرف نظر می‌شود. بنابراین،

$$k_{31} = \frac{n(A_t E - T_0)}{2L^2} x \quad (7)$$

### سختی هیو

از آنجایی که با اعمال جابجایی دلخواه در جهت سرخ هیچ گونه نیرویی در جهت سرخ ایجاد نمی‌شود، در نتیجه  $k_{13} = 0$  می‌باشد. ولیکن با تشکیل معادله تعادل در جهت هیو داریم:

$$k_{33} z = \frac{nA_t E}{L} z + \pi \rho g D_c^2 z \Rightarrow k_{33} = \frac{nA_t E}{L} + \pi \rho g D_c^2 \quad (8)$$

بطوریکه  $z$ ،  $g$ ،  $\rho$  و  $D_c$ ، به ترتیب نشان دهنده جابجایی در جهت هیو، شتاب گرانش، چگالی آب و قطر ستون می‌باشند. اکنون می‌توان ماتریس سختی را بصورت زیر بیان نمود:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ k_{31} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

همانطور که از معادله (۹) مشاهده می‌شود، ماتریس سختی به علت اثرات کوپلینگ به صورت نامتقارن است [۵].

ماتریس جرم

جرم سازه به صورت متمرکز در هر درجه آزادی لحاظ شده است. از این رو، ماتریس جرم، قطری و ثابت است. جرم افزوده،  $M_a$ ، به علت آب پیرامون اعضای سازه است و از معادله تصحیح شده موريسون که فقط تا تراز میانگین دریا (Mean sea level) لحاظ شده نتیجه می‌شود. ماتریس جرم به صورت زیر می‌باشد [۷]:

$$[M] = \begin{bmatrix} M_{11} + M_{a11} & 0 \\ 0 & M_{33} + M_{a33} \end{bmatrix} \quad (10)$$

بطوری که،  $M_{11} = M_{33} = M$

$$M_{a11} = 0.25\pi D^2 [C_m - 1] \rho \ddot{x}_{surge} \quad (11)$$

$$M_{a33} = 0.25\pi D^2 [C_m - 1] \rho \ddot{x}_{heave}$$

بطوری که،  $C_m$  برابر ۲ فرض شده است.

### بردار نیروی موج

سینماتیک ذرات آب با استفاده از تئوری موج خطی آیری محاسبه شده‌اند. در اینجا فرض شده است که ارتفاع موج  $H$ ، در مقایسه با طول موج  $\lambda$  و عمق  $d$ ، کوچک است. براساس معادله موريسون شدت نیروی موج بر واحد طول روی سازه به صورت زیر ارائه می‌شود [۷].

$$f(x, y, t) = 0.5 \rho_w C_d D_c \dot{u} |\dot{u}| + 0.25 \pi D^2 \rho_w C_m \ddot{u} \quad (12)$$

بطوری که،  $\dot{u}$ ، سرعت افقی ذرات آب و  $\ddot{u}$ ، شتاب افقی ذرات آب می‌باشند. بردار نیرو به صورت زیر می‌باشد:

$$\{F(t)\} = \begin{Bmatrix} F_{11} \\ F_{31} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

پاسخ در حوزه زمان

قبل از بررسی اثرات کوپلینگ حرکت سرج بر روی حرکت هیو، ابتدا باید پاسخ دینامیکی معادله حرکت سرج را بدست آورد. معادله سرج با استفاده از معادله (۱) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$M_1 \ddot{x} + k_1 x = F_1 \cos \omega t \quad (14)$$

بطوریکه  $M_1$  و  $\omega$  به ترتیب، جرم سازه با احتساب جرم افزوده آن در جهت سرج و فرکانس موج را نشان می‌دهند. با استفاده از معادله (۴) و معادله (۱۴)، معادله حرکت سرج به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{x} + \frac{nT_0}{M_1 L} x + \frac{nA_1 E}{2M_1 L^3} x^3 = \frac{F_1}{M_1} \cos \omega t \quad (15)$$

با تعریف  $\omega_{1n}^2 = nT_0 / M_1 L$ ،  $\mu = nA_1 E / 2M_1 L^3$ ،  $f_1 = F_1 / M_1$ ، معادله حرکت سرج را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\ddot{x} + \omega_{1n}^2 x + \mu x^3 = f_1 \cos \omega t \quad (16)$$

اکنون برای حل معادله فوق از روش تکرار، که یک فرایند تقریب متوالی است استفاده می‌شود. برای حل یک معادله با استفاده از این روش، ابتدا چند جمله آن را نادیده گرفته و معادله را حل می‌کنیم. سپس، حل حاصل را در معادله قبل قرار داده و حل دقیق‌تر دوم را می‌یابیم [۹]. در تقریب اول حل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$x_0 = A(\cos \omega t - \cos \omega_{1n} t) \quad (17)$$

بطوریکه،

$$A = \frac{f_1}{\omega_{1n}^2 - \omega^2} \quad (17-f)$$

از معادله (۱۶) و معادله (۱۷)، معادله دیفرانسیل زیر به عنوان تقریب دوم به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \ddot{x} = & \left( f_1 - A\omega_{1n}^2 - \frac{9}{4}\mu A^3 \right) \cos \omega t + \left( A\omega_{1n}^2 + \frac{9}{4}\mu A^3 \right) \cos \omega_{1n} t \\ & - \left( \frac{\mu A^3}{4} \right) \cos 3\omega t + \left( \frac{\mu A^3}{4} \right) \cos 3\omega_{1n} t \\ & + \left( \frac{3\mu A^3}{4} \right) \cos(2\omega + \omega_{1n})t + \left( \frac{3\mu A^3}{4} \right) \cos(2\omega - \omega_{1n})t \\ & - \left( \frac{3\mu A^3}{4} \right) \cos(\omega + 2\omega_{1n})t - \left( \frac{3\mu A^3}{4} \right) \cos(\omega - 2\omega_{1n})t \end{aligned} \quad (18)$$

با انتگرال‌گیری از معادله (۱۸) و قرار دادن ثابت‌های انتگرال‌گیری برابر صفر تا حل به صورت هارمونیک باشد، پاسخ معادله دیفرانسیل حرکت سرج در تقریب دوم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} x_1 = & a_1 \cos \omega t + a_2 \cos \omega_{1n} t + a_3 \cos 3\omega t + a_4 \cos 3\omega_{1n} t \\ & + a_5 \cos(2\omega + \omega_{1n})t + a_6 \cos(2\omega - \omega_{1n})t \\ & + a_7 \cos(\omega + 2\omega_{1n})t + a_8 \cos(\omega - 2\omega_{1n})t \end{aligned} \quad (19)$$

$$a_1 = \frac{A\omega_{1n}^2 + \frac{9}{4}\mu A^3 - f_1}{\omega^2} \quad (19-f)$$

$$a_2 = -\frac{A\omega_{1n}^2 + \frac{9}{4}\mu A^3}{\omega_{1n}^2} \quad (19-b)$$

$$a_3 = \frac{\mu A^3}{36\omega^2} \quad (19-p)$$

$$a_4 = -\frac{\mu A^3}{36\omega_{1n}^2} \quad (19-t)$$

$$a_5 = -\frac{3\mu A^3}{4(2\omega + \omega_{1n})^2} \quad (19\text{-ث})$$

$$a_6 = -\frac{3\mu A^3}{4(2\omega - \omega_{1n})^2} \quad (19\text{-ج})$$

$$a_7 = \frac{3\mu A^3}{4(\omega + 2\omega_{1n})^2} \quad (19\text{-چ})$$

$$a_8 = \frac{3\mu A^3}{4(\omega - 2\omega_{1n})^2} \quad (19\text{-ح})$$

با توجه به ضرایب به دست آمده در معادلات (۱۹) و بررسی آنها نتیجه می‌شود که ضرایب  $a_3$  تا  $a_8$  در مقایسه با ضرایب  $a_1$  و  $a_2$  از سهم بسیار ناچیزی برخوردارند. از این جهت، پاسخ دینامیکی حرکت سرج به صورت زیر فرض می‌شود:

$$x = a_1 \cos \omega t + a_2 \cos \omega_{1n} t \quad (20)$$

اکنون به حل معادله حرکت هیو می‌پردازیم که با حرکت سرج کوپل است. معادله کوپل هیو به صورت زیر می‌باشد [۷]:

$$M_3 \ddot{z} + k_{33} z + k_{31} x = F_3 \sin \omega t \quad (21)$$

بطوریکه  $z$  و  $M_3$  به ترتیب جابجایی در راستای هیو و جرم سازه با احتساب جرم افزوده در جهت هیو را نشان می‌دهند. با استفاده از معادله (۷)، معادله (۸) و معادله (۲۱)، معادله حرکت هیو که با حرکت سرج کوپل است به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{z} + \left( \frac{nA_1 E}{LM_3} + \frac{\rho g \pi D_c^2}{M_3} \right) z + \left( \frac{n(T_0 + A_1 E)}{2L^2 M_3} \right) x^2 = \frac{F_3}{M_3} \sin \omega t \quad (22)$$

با تعریف  $\omega_{3n}^2 = nA_1 E / LM_3 + \rho g \pi D_c^2 / M_3$ ،  $K_{31} = n(T_0 + A_1 E) / 2L^2 M_3$  و  $f_3 = F_3 / M_3$ ، معادله حرکت سرج را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\ddot{z} + \omega_{3n}^2 z + K_{31} x^2 = f_3 \sin \omega t \quad (23)$$

با استفاده از معادله (۲۰) داریم:

$$x^2 = B_1 + B_2 \cos 2\omega t + B_3 \cos 2\omega_{1n} t + B_4 \cos(\omega + \omega_{1n})t + B_4 \cos(\omega - \omega_{1n})t \quad (24)$$

بطوریکه،

$$B_1 = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} \quad (24\text{-الف})$$

$$B_2 = \frac{a_1^2}{2} \quad (24\text{-ب})$$

$$B_3 = \frac{a_2^2}{2} \quad (24\text{-پ})$$

$$B_4 = a_1 a_2 \quad (24\text{-ت})$$

با جایگذاری معادله (۲۴) در معادله (۲۳)، معادله حرکت هیو به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{z} + \omega_{3n}^2 z = f_3 \sin \omega t + b_1 + b_2 \cos 2\omega t + b_3 \cos 2\omega_{1n} t + b_4 \cos(\omega + \omega_{1n})t + b_4 \cos(\omega - \omega_{1n})t \quad (25)$$

بطوریکه،

$$b_1 = -K_{31} B_1 \quad (25\text{-الف})$$

$$b_2 = -K_{31} B_2 \quad (25\text{-ب})$$

$$b_3 = -K_{31} B_3 \quad (25\text{-پ})$$

$$b_4 = -K_{31} B_4 \quad (25\text{-ت})$$

با توجه به ترم‌های پنجم و ششم سمت راست معادله (۲۵) مشاهده می‌شود که این عبارات به ترتیب به جمع و تفاضل فرکانس موج و فرکانس طبیعی سیستم در راستای سرج اشاره دارند. از آنجایی که معادله (۲۵) خطی است، از این رو می‌توان از اصل برهم‌نهی در حل آن استفاده نمود. در نتیجه، پاسخ حرکت هیو به صورت زیر به دست می‌آید:

$$z = c_1 \left( \sin \omega t - \frac{\omega}{\omega_{3n}} \sin \omega_{3n} t \right) + c_2 + c_3 (\cos 2\omega t - \cos \omega_{3n} t) + c_4 (\cos 2\omega_{1n} t - \cos \omega_{3n} t) + c_5 (\cos (\omega + \omega_{1n}) t - \cos \omega_{3n} t) + c_6 (\cos (\omega - \omega_{1n}) t - \cos \omega_{3n} t) \quad (26)$$

بطوریکه،

$$c_1 = \frac{f_3}{\omega_{3n}^2 - \omega^2} \quad (26\text{-الف})$$

$$c_2 = \frac{b_1}{\omega_{3n}^2} \quad (26\text{-ب})$$

$$c_3 = \frac{b_2}{\omega_{3n}^2 - 4\omega^2} \quad (26\text{-پ})$$

$$c_4 = \frac{b_3}{\omega_{3n}^2 - 4\omega_{1n}^2} \quad (26\text{-ت})$$

$$c_5 = \frac{b_4}{\omega_{3n}^2 - (\omega + \omega_{1n})^2} \quad (26\text{-ث})$$

$$c_6 = \frac{b_4}{\omega_{3n}^2 - (\omega - \omega_{1n})^2} \quad (26\text{-ج})$$

### نتایج و بحث

ابعاد و داده‌های سکوی مورد بررسی در جدول (۱) ارائه شده‌اند و با استفاده از آنها مقادیر پریودهای طبیعی سکو در دو راستای سرچ و هیو محاسبه گردیده است. سپس با استفاده از تحلیل حوزه زمان برای سکو و استخراج پاسخ سکو، نتایج مورد نظر حاصل شده‌اند. مشخصات موج نیز در جدول (۲) ارائه شده‌اند.

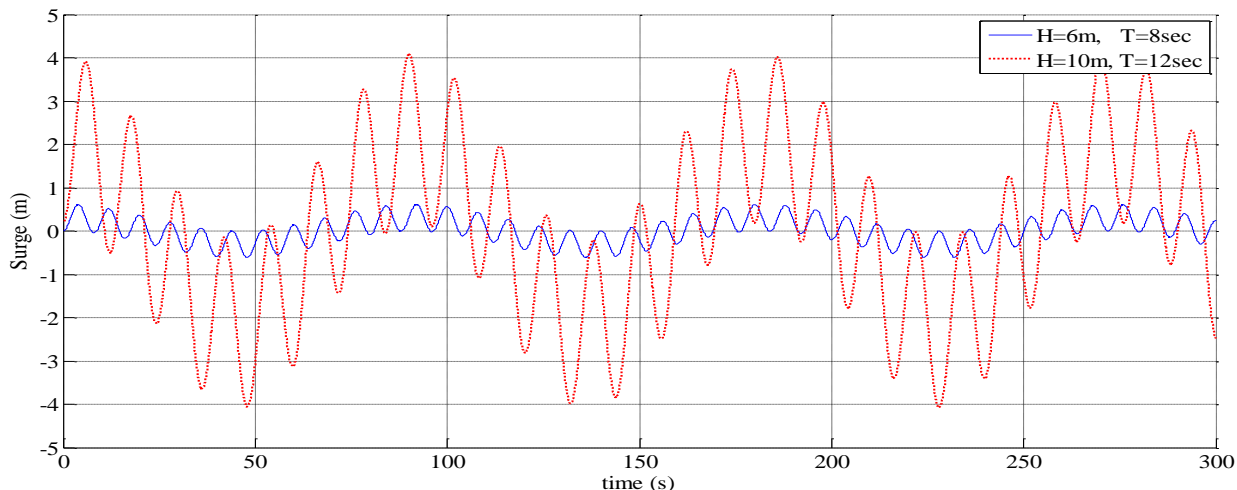
جدول ۱: مشخصات هندسی سکوی پایه کششی مورد مطالعه

|                             |                      |
|-----------------------------|----------------------|
| وزن                         | ۳۳۰۰۰۰ (kN)          |
| نیروی شناوری                | ۴۶۵۵۰۰ (kN)          |
| پیش کشیدگی                  | ۱۳۵۵۰۰ (kN)          |
| طول تاندون                  | ۳۶۹ (m)              |
| عمق آب                      | ۴۰۰ (m)              |
| ارتفاع مرکز ثقل             | ۲۷/۴۷ (m)            |
| AE/L                        | ۳۶۷۸۰ (kN/m)         |
| قطر ستون                    | ۱۶/۳۹ (m)            |
| قطر پانتون                  | ۱۶/۳۹ (m)            |
| شعاع ژیراسیون حول (x, y, z) | ۳۵/۱، ۳۵/۱، ۴۲/۴ (m) |
| قطر تاندون                  | ۱/۰۰ (m)             |
| ضخامت تاندون                | ۰/۰۵ (m)             |
| تعداد تاندون                | ۱۶                   |

جدول ۲: مشخصات هیدرودینامیکی موج دریا

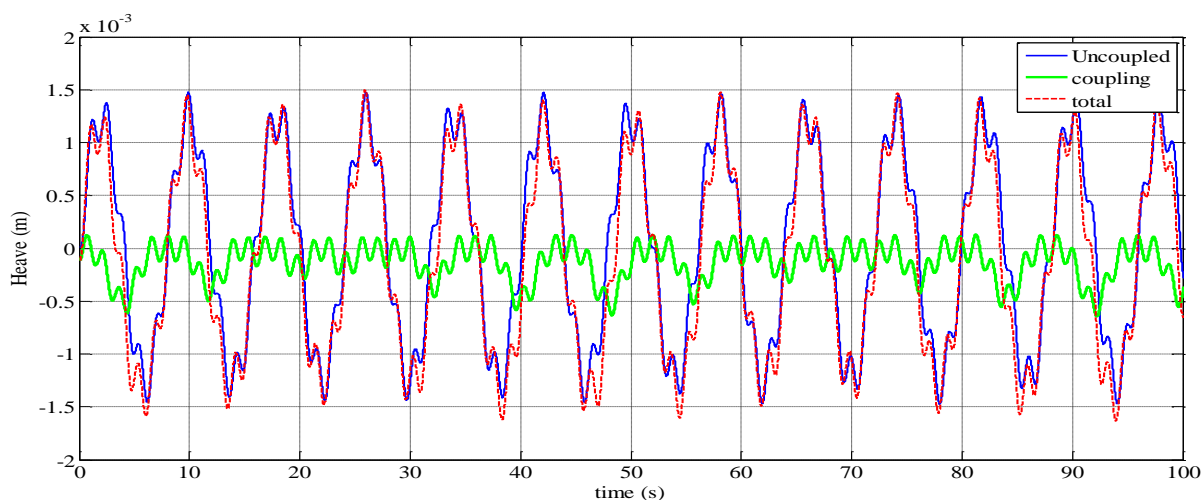
| شرایط موج | ارتفاع موج (m) | پریود موج (sec) |
|-----------|----------------|-----------------|
| حالت اول  | ۶              | ۸               |
| حالت دوم  | ۱۰             | ۱۲              |

در شکل (۴) پاسخ دینامیکی نامیرا حرکت سرج را که با استفاده از روش تکرار به دست آمده برای دو شرایط موج موجود در جدول (۲) مشاهده می‌نمایید. همانطور که دیده می‌شود در حالت دریایی اول جابجایی سرج کمتر از ۱ متر است در حالیکه در حالت دریایی دوم این جابجایی تقریباً به ۴ متر می‌رسد. همچنین باید توجه نمود که پریود طبیعی سیستم در دو حالت یکسان است و فقط پریود تحریک موج تغییر می‌کند که به ترتیب برابر ۸ و ۱۲ ثانیه می‌باشد.



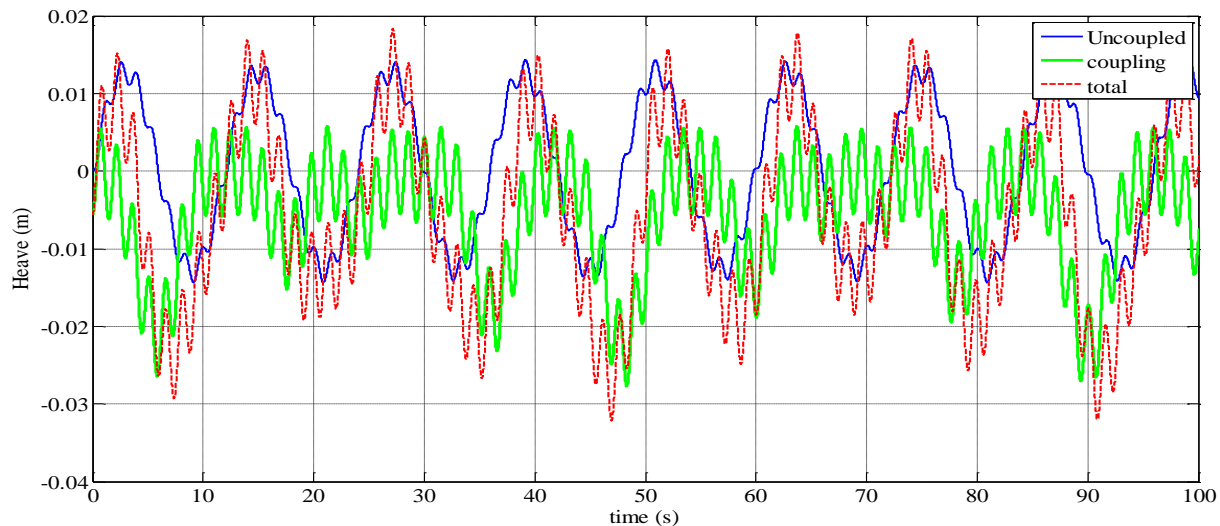
شکل ۴: پاسخ سرج با روش تکرار

در شکل (۵) و شکل (۶) نیز می‌توان پاسخ دینامیکی هیو ناشی از نیروی قائم موج (هیو-هیو)، پاسخ دینامیکی هیو ناشی از حرکت سرج (هیو-سرج) و پاسخ کل حرکت هیو را در دو شرایط دریایی مشاهده نمود. با مقایسه دو شکل مذکور می‌توان پی برد هنگامی که دامنه موج افزایش می‌یابد مقدار اثرات کوپلینگ نیز افزایش می‌یابد و این موضوع بدین علت است که با شدید شدن شرایط دریایی میزان جابجایی حرکت سرج نیز افزایش می‌یابد و این مورد موجب افزایش کوپلینگ می‌گردد. همانطور که مشاهده می‌شود جابجایی هیو ناشی از حرکت سرج (هیو-سرج)، با فرکانس‌هایی به اندازه دو برابر فرکانس موج، دو برابر فرکانس طبیعی سیستم در راستای سرج و جمع و تفاضل فرکانس موج و فرکانس طبیعی سیستم در راستای سرج ظاهر می‌شوند که در شکل (۷) نشان داده شده‌اند.

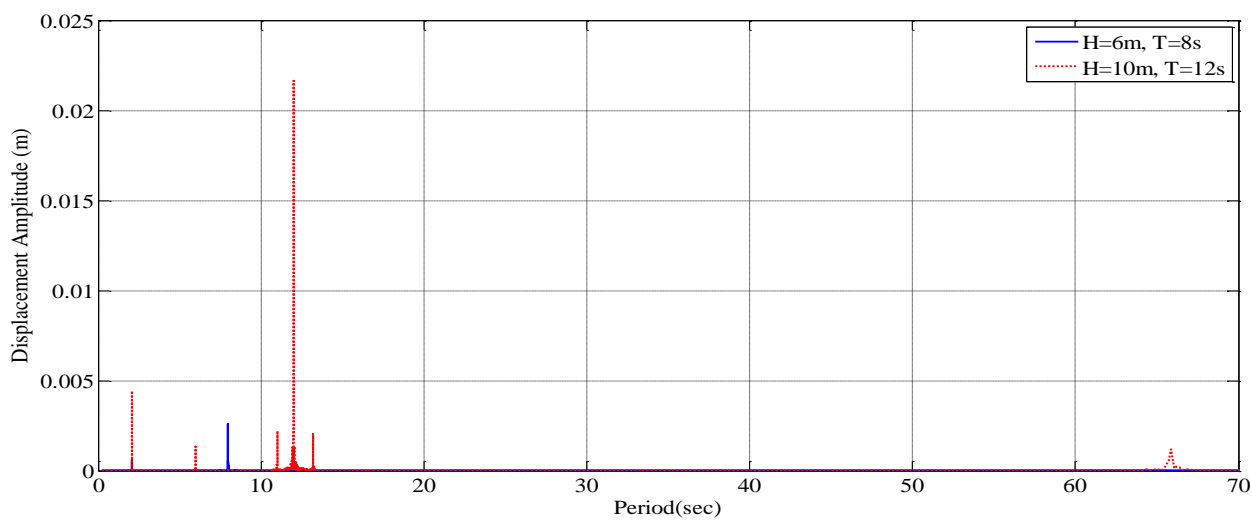


شکل ۵: پاسخ هیو در شرایط موج H=6m, T=8s

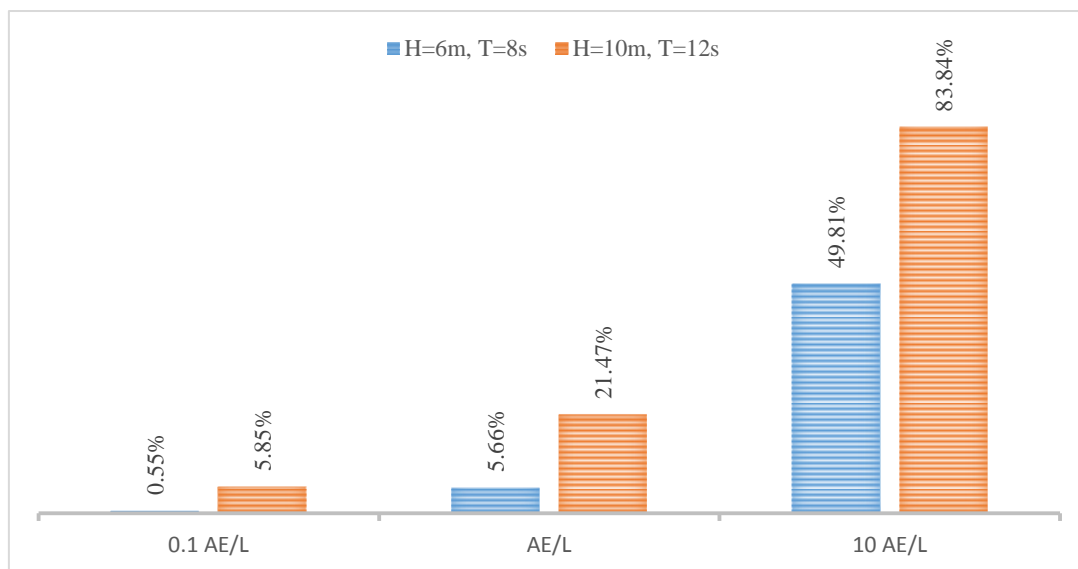




شکل ۶: پاسخ هیو در شرایط موج  $H=10m, T=12s$



شکل ۸: تبدیل فوریه جابجایی هیو



شکل ۸: اثر سختی مهار بر سهم کوپلینگ سرج

همانطور که در شکل (۸) نشان داده شده است، اثرات سختی مهار در سهم کوپلینگ حرکت سرج در پاسخ هیو با استفاده از مقادیر مختلف AE/L مورد ارزیابی قرار گرفته است. می توان نتیجه گرفته که با افزایش سختی مهار، سیستم صلب تر می شود و بالتبع آن جابجایی هیو-هیو کاهش می یابد و جابجایی هیو-سرج سهم اصلی پاسخ کلی هیو را تشکیل می دهد.

### نتیجه گیری

درک عمیقی از اثرات حرکت سرج بر حرکت هیو در سکوه های پایه کششی، موضوعی بسیار مهم برای اهداف طراحی به شمار می رود. این موضوع در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته است. بر اساس نتایج به دست آمده رفتار سیستم را می توان مورد ارزیابی قرار داد. در این رابطه ابتدا پاسخ دینامیکی غیرخطی حرکت سرج سکو با استفاده از روش تکرار با احتساب پاسخ گذرای سیستم به دست آمده است. سپس پاسخ دینامیکی حرکت هیو با استفاده از حل تحلیلی معادله حرکت مربوطه که به حرکت سرج وابسته می باشد به دست آمده است. نشان داده شده است که سهم اثرات کوپلینگ نسبت به حرکت هیو ناشی از نیروی قائم در جابجایی های بزرگ سرج قابل ملاحظه است و باید مورد توجه قرار گیرد. همچنین نشان داده شده که اثرات حرکت سرج در حرکت هیو با فرکانس هایی به اندازه دو برابر فرکانس موج، دو برابر فرکانس طبیعی سیستم در راستای سرج و جمع و تفاضل فرکانس موج و فرکانس طبیعی سیستم در راستای سرج ظاهر می شوند. دیگر موردی که در این مقاله نتیجه گرفته شده است این می باشد که سهم کوپلینگ سرج در اثر وجود مهارهای سخت تر و در نتیجه سیستم صلب تر بیشتر می گردد.

### مراجع

- [1] Tabeshpour, M. R. and Shoghi, R., 2014. Nonlinear dynamic analysis of TLP surge motion using homotopy perturbation method. *Ships and Offshore Structures*.
- [2] Chandrasekaran, S. and Jains, A. K., 2002. Dynamic Behavior of Square and Triangular Offshore Tension Leg Platforms under Regular Wave Loads. *Ocean Engineering*, Volume 29, pp. 279-313.
- [3] Tabeshpour, M. R., 2013. Conceptual Discussion on Free Vibration Analysis of Tension Leg Platforms. *Development and Applications of Oceanic Engineering (DAOE)*, 2(2), pp. 45-52.
- [4] Tabeshpour, M. R. and Shoghi R., 2012. Comparison between Linear and Nonlinear Models for Surge Motion of TLP. *Int. J. Mar. Sci. Eng.*, 2(2), pp. 153-162.
- [5] Tabeshpour, M. R., 2007. *Nonlinear and Stochastic Dynamic Analysis of TLP and Optimization under Random Wave and Wind*, Tehran: Ph.D Thesis, Sharif University of Technology .
- [6] Jain, A. K., 1997. Nonlinear Coupled Response of Offshore Tension Leg Platforms to Regular Wave Forces. *Ocean Engineering*, 24(7), pp. 577-592.
- [7] Hedayatpour, R., 2015. *Vibration Analysis of Tension Leg Platform's Tendons*, Tehran: M.Sc. Thesis, Sharif University of Technology.
- [8] Tabeshpour, M. R. and Hedayatpour, R., 2014. *Analysis of Surge and Heave Coupling in TLPs*. Tehran, 16th Marine Industries Conference, in Persian.
- [9] Thomson, William T., Dillon Dahleh, Marie (1998). *Theory of Vibration with Applications*. 5th ed. Pentice - Hull upper saddle river.

## Heave-Coupled-Nonlinear Surge Analytical Response of Tension Leg Platform

Mohammad Reza Tabeshpour<sup>1</sup>, Reza Hedayatpour<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Department, Center of Excellence in Hydrodynamics and Dynamics of Marine Vehicles, Sharif University of Technology, Tehran, tabeshpour@sharif.edu

<sup>2</sup>Graduated Student, Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, rezaheady1988@gmail.com

### Abstract

Having deep view in structural response of tension leg platform (TLP) is important issue not only for response analysis but also for engineering design issues. Coupling between surge and heave motion of TLP is such a problem. When TLP moves horizontally, the vertical motion due to its physical nature occurs which is different from heave motion due to wave force. Thus, there is a term in equation of heave motion that makes it coupled by surge motion. Here TLP motions are considered only in surge and heave degrees of freedom without pitch effect. The nonlinear equation of surge motion is solved by iterative method with presence of system response. Moreover, the nonlinear term of surge stiffness is also considered in this paper. The wave forces on the elements of the structure are calculated using Airy's wave theory and Morison's equation, ignoring the diffraction effects. It is shown that the effect of surge motion coupling on heave motion is very important in large displacement of surge motion in many sea states.

**Key words:** tension leg platform; surge motion; heave motion; heave coupled surge response