



تعیین حداقل رکورد موج مصنوعی موردنیاز برای تحلیل سازه‌های شناور

محمدرضا تابش پور^{۱*}، نوید بلواسی^۲، محمدرضا سید عباسیان^۳

^۱استادیار، قطب علمی هیدرودینامیک و دینامیک متحرک‌های دریایی، دانشگاه صنعتی شریف؛ tabeshpour@sharif.edu

^۲دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف؛ belvasi@mech.sharif.edu

^۳دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف؛ smrs.abasian@mech.sharif.edu

چکیده

با توجه به ماهیت تصادفی امواج دریا و همچنین عامل ایجاد آن یعنی باد، مباحث ارتعاشات تصادفی در این حوزه کاربرد فراوانی دارد. همچنین برخلاف رکورد زلزله که بسیار کوتاه‌مدت است و ده‌ها هزار ثبت از آن وجود دارد، به دلیل ماهیت پیچیده و غیرخطی و تصادفی موج، تاریخچه‌ی زمانی ثبت‌شده‌ی مشخصی برای امواج دریا وجود ندارد و بارهای ناشی از موج به‌صورت تصادفی می‌باشند. در نتیجه باید با استفاده از طیف امواج و کمک تئوری‌های ارتعاشات تصادفی، نسبت به تولید رکورد مصنوعی امواج دریا اقدام کرد. در این میان به دلیل تصادفی بودن فرآیند، مشخص کردن تعداد حداقل رکورد زمانی مصنوعی برای تحلیل سازه تحت موج، از اهمیت خاصی برخوردار است. در این مطالعه با رویکرد آماری احتمالی و به‌کارگیری تئوری‌های ارتعاشات تصادفی، از طیف موج، رکورد مصنوعی تولید کرده و با بررسی بیشینه دامنه رکوردها، حداقل رکورد موردنیاز برای تحلیل سازه‌های دریایی، مشخص گردیده است.

کلمات کلیدی: تاریخچه زمانی مصنوعی، امواج دریا، ارتعاشات تصادفی، طیف انرژی امواج

مقدمه

دریا شامل تعداد زیادی امواج با اندازه، طول و جهت‌های مختلف است. نتیجه‌ی آن یک دریای نامنظم می‌شود که الگوی آن از یک بازه تا بازه دیگر تکرار نخواهد شد. هرچند نمی‌توان الگوی واقعی دریا را تولید کرد ولی یک‌راه ساده برای تعریف دریا برحسب جملات ریاضی ساده استفاده از طیف انرژی موج است. تحلیل طیفی امواج نامنظم برای طراحی سازه بسیار اهمیت دارد، به‌نحوی که طراحی سازه باید به‌گونه‌ای انجام شود که فرکانس طبیعی سازه با نوار فرکانسی که انرژی موج در آن متمرکز است کاملاً متفاوت گردد تا سازه از پدیده ناهنجار تشدید در امان باشد [۱]. جهانمرد و داستان در سال ۱۳۹۲، با کمک تبدیل فوریه به بحث تابع خودهمبستگی پرداخته‌اند و سپس با رویکرد آموزشی مراحل تولید طیف از داده‌های رقومی امواج دریا را به‌صورت گام‌به‌گام شرح داده‌اند [۲]. ملایجردی در سال ۱۳۹۳، با رویکرد آماری به تحلیل زمانی موج در هر دو حوزه زمان و فرکانس در رابطه با امواج مجزا، سری مکانی رکورد موج، توزیع احتمالی ارتفاع امواج مو مقایسه با توزیع رایلی و همچنین انرژی موج، طیف سرعت و شتاب موج پرداخته‌اند [۳]. تابش پور در سال ۱۳۹۱ کاربرد طیف در تحلیل ارتعاشی سازه‌های دریایی را بیان کرده است [۴]. در این مطالعه در ابتدا با به‌کار بردن تئوری‌های ارتعاشات تصادفی، از طیف موج، رکورد مصنوعی با ارتفاع موج مشخصه موردنظر، تولید می‌گردد. ولی به دلیل آماری بودن فرآیند، بیشینه رکورد مصنوعی تولیدشده دارای توزیع است و در هر رکورد تفاوت دارد؛ و تولید رکورد مصنوعی باید تا زمانی که بیشینه‌ی آن‌ها به مقدار تقریباً ثابتی برسد و فراتر نرود، تکرار گردد؛ و درنهایت با برازش منحنی‌های به‌دست‌آمده، حداقل تعداد رکورد، مشخص می‌گردد.

تحلیل فوریه

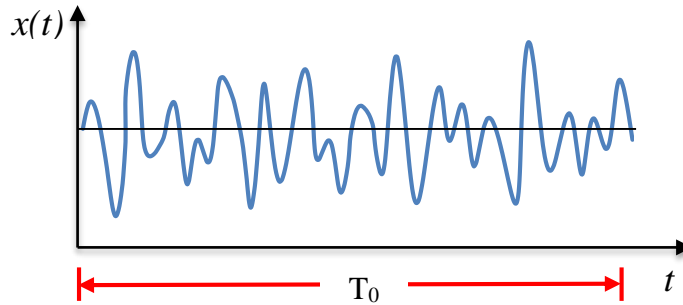
تابع سری فوریه بسطی است که هر تابع را به‌صورت حاصل جمع تعدادی نامتناهی از توابع نوسانی ساده، بیان می‌کند. اگرچه ریاضیدانان برخلاف مهندسان موافق استفاده از بسط فوریه برای معرفی هر تابعی نیستند. ولی این اتفاق نظر وجود دارد که اگر تابع موردبررسی پرودیک با دوره تناوب T_0 باشد، می‌توان آن را به کمک سری فوریه بسط داد [۱].

$$x(t) = a_0 + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \left[a_i \cos\left(\frac{2\pi i}{T_0} t\right) + b_i \sin\left(\frac{2\pi i}{T_0} t\right) \right] = 2 \sum_{i=0}^{\infty} (a_i \cos \omega_i t + b_i \sin \omega_i t) \quad (1)$$

به‌طوری‌که a_i و b_i ضرایب فوریه هستند که از روابط زیر تعیین می‌شوند:

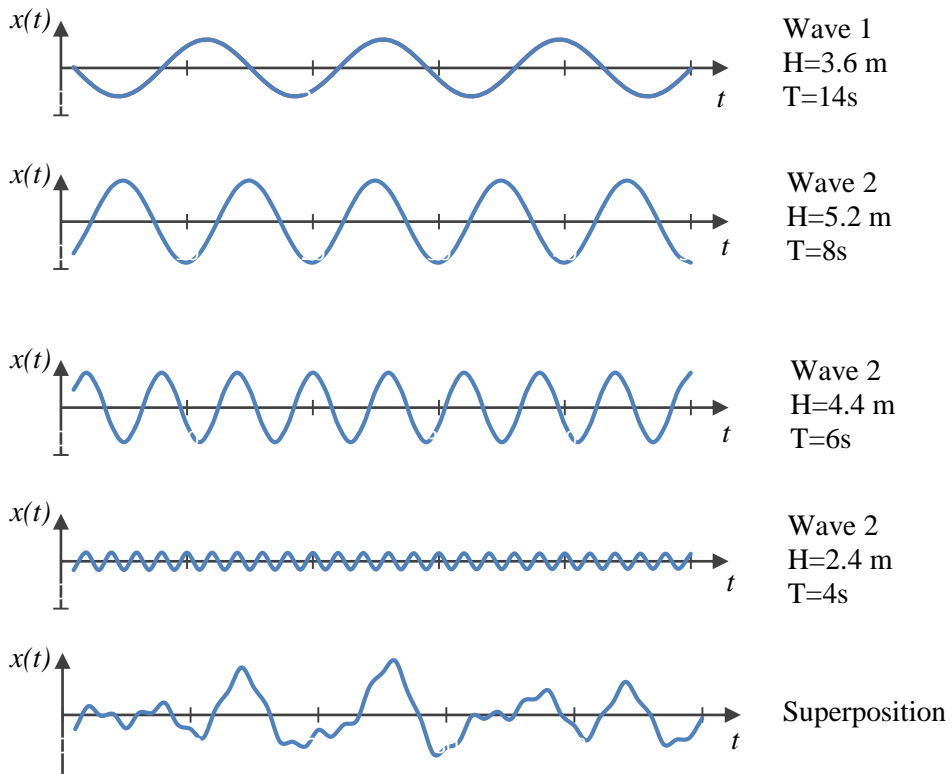
$$\left. \begin{aligned} a_i &= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \cos \omega_i t dt \\ b_i &= \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) \sin \omega_i t dt \end{aligned} \right\} i = 0, 1, 2, \dots, \infty \quad (2)$$

به علاوه می توان نشان داد که روابط $a_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} x(t) dt$ و $b_0 = 0$ برقرار است. در مسئله مورد بررسی این مطالعه، $x(t)$ تغییرات سطح آب در موج نامنظم می باشد، که یک فرآیند تصادفی است که اگر T_0 به اندازه کافی بزرگ باشد می توان نتیجه گرفت که $x(t)$ یک تابع پرودیک با دوره تناوب T_0 است. و در رکوردهای مصنوعی تولید شده دوره تناوب $x(t)$ را به اندازه بازه زمانی مورد نظر می گیریم، تا در طول این بازه کل فرآیند به صورت کاملاً اتفاقی و تصادفی باشد. در شکل ۱، یک نمونه تابع پرودیک بر حسب زمان، نشان داده شده است.



شکل ۱: نمونه‌ای از تابع پرودیک بر حسب زمان [۱]

در شکل ۲، نمونه‌ای از تراز سطحی یک موج نامنظم^۱ نشان داده شده است؛ که با افزودن ۴ موج خطی با ارتفاعها و دوره‌های متفاوت ساخته شده است.



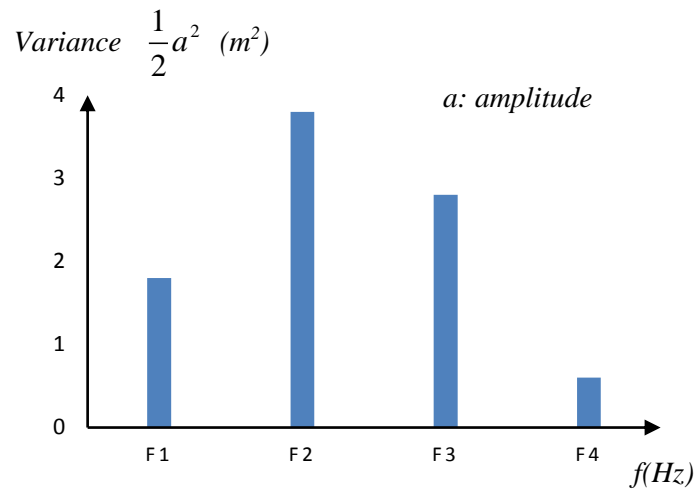
شکل ۲: شبیه‌سازی یک موج نامنظم با برهم‌نهی امواج خطی [۱]

تراز سطحی موج برهم‌نهی شده برابر است با:

¹ Irregular Wave

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^4 \eta_i(t) = \sum_{i=1}^4 a_i \cos(\omega_i t + \delta_i) \quad (3)$$

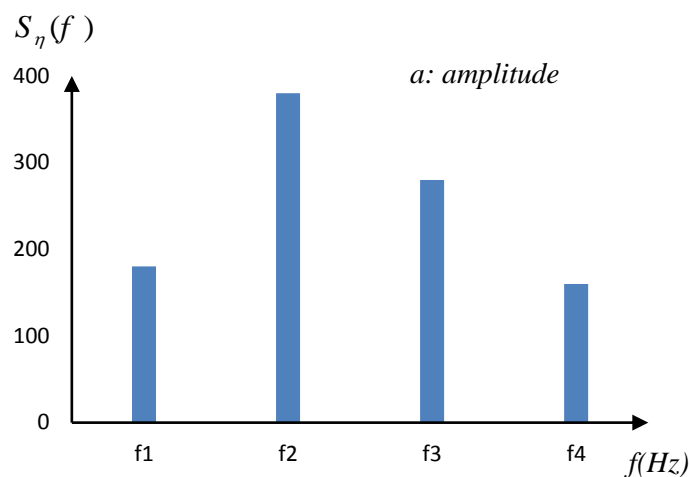
همچنین نمودار واریانس این موج نامنظم به صورت زیر است:



شکل ۳: نمودار واریانس [۱]

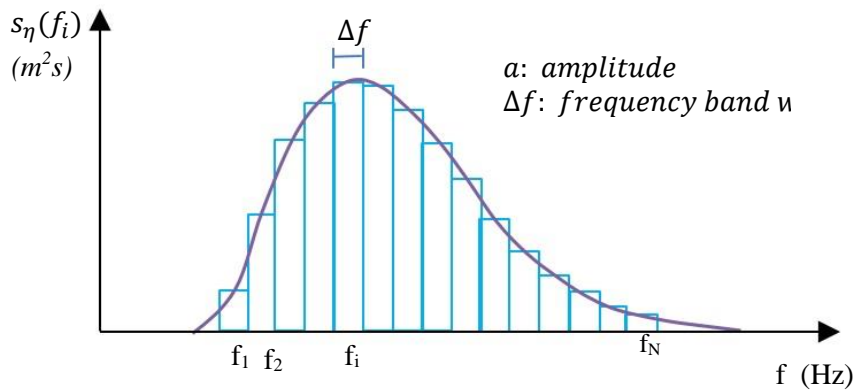
نمودار واریانس را می توان مطابق شکل ۴، به صورت طیف واریانس نیز رسم کرد [۵]؛ که در نتیجه چگالی طیفی به صورت زیر تعریف می گردد:

$$S_{\eta}(f) = \frac{1}{2} \frac{a^2}{\Delta f}, (m^2 s) \quad (4)$$



شکل ۴: طیف واریانس پله ای [۱]

اما در واقعیت، یک موج نامنظم از ترکیب بی نهایت موج خطی با فرکانس های متفاوت تشکیل شده است. اگر Δf به سمت صفر میل کند در نتیجه مطابق شکل ۵، طیف واریانس به یک منحنی پیوسته، تبدیل می شود:



شکل ۵: طیف پیوسته واریانس (طیف انرژی موج) [۷]

که به این طیف پیوسته واریانس، طیف انرژی موج نیز می‌گویند و چگالی طیفی انرژی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$S_{\eta}(f) = \frac{1}{2} \frac{\rho g a^2}{\Delta f} \quad (m^2/s) \quad (5)$$

طیف موج

همان‌طور که گفته شد الگوی امواج دریا به صورت نامنظم بوده و نمی‌توان الگوی واقعی دریا را تولید کرد. ولی یک‌راه ساده برای تعریف دریا برحسب جملات ساده وجود دارد؛ که کل انرژی آن، باید مساوی انرژی‌های امواج تشکیل‌دهنده دریا شود. انرژی موج سینوسی ساده بر واحد سطح آب، برابر است با:

$$E = \frac{\rho g}{8} \sum_{i=1}^n H_i^2 \quad (6)$$

بنابراین شدت دریا با کل انرژی آن بیان می‌شود و به این صورت می‌توان سهم هر موج را نشان داد؛ به عبارت دیگر با هر مؤلفه موج با طول و فرکانس متفاوت، می‌توان نشان داد که چگونه کل انرژی دریا برحسب فرکانس‌های مؤلفه‌های مختلف، توزیع شده است. این توزیع انرژی به نام «طیف انرژی دریا» یا «طیف موج» نامیده می‌شود. یک طیف موج به صورت انرژی برحسب فرکانس موج است، به نحوی که سطح زیر منحنی طیف، کل انرژی سیستم را نشان می‌دهد. محور قائم طیف انرژی دارای واحد $m^2 - s$ و سطح زیر آن دارای واحد m^2 می‌باشد [۶]. برای این مطالعه، طیف پییرسون مسکوویچ^۱ مورد استفاده قرار گرفته است. این طیف برای دریایی کاملاً توسعه‌یافته^۲ به کار می‌رود [۷]. معادله این طیف به صورت زیر است:

$$S_{\eta}(f) = \frac{8.1 \times 10^{-3} g^2}{(2\pi)^4 f^5} \cdot \exp \left[-0.74 \left(\frac{g}{2\pi u_{19.5} f} \right)^4 \right] \quad (m^2 \cdot s) \quad (7)$$

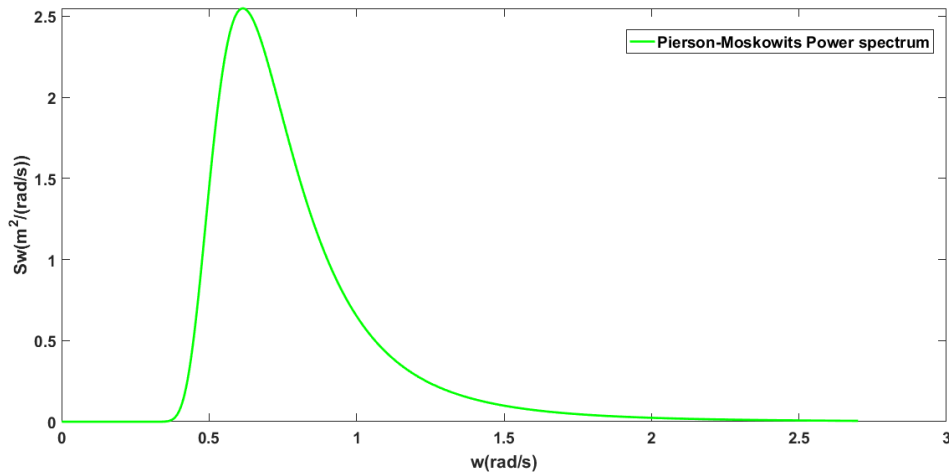
$u_{19.5}$ سرعت باد برحسب $\left(\frac{m}{s}\right)$ در ارتفاع ۱۹.۵ مری بالای تراز آب دریا می‌باشد. در این طیف استاندارد، رابطه بین ارتفاع موج مشخصه و سرعت باد به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_s = 3.5 \times 10^{-4} \times V^4 \quad (m) \quad (8)$$

^۱ Pierson-Moskowitz

^۲ Fully Developed Sea

در شکل ۶، طیف پییرسون مسکوویچ برای دریا با ارتفاع موج مشخصه^۱ ۴٫۲ متر ترسیم شده است.



شکل ۶: طیف پییرسون مسکوویچ برای دریا با ارتفاع موج مشخصه ۴٫۲ متر

تولید سری زمانی از طیف انرژی موج

با استفاده از طیف انرژی می‌توان به صورت گسسته، تاریخچه زمانی تولید کرد. اگر در شکل ۶، $S_{\eta}(\omega)$ به N قسمت با بازه‌های $\Delta\omega$ تقسیم شود، می‌توان گفت که موج مورد نظر از ترکیب N موج منظم، تشکیل شده است:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N \eta_i(t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(\omega_i t + \delta_i) \quad (9)$$

δ_i عددی تصادفی بین ۰ تا 2π است. واریانس هر موج خطی برابر است با:

$$S_{\eta}(\omega_i) \Delta\omega = \frac{1}{2} a_i^2 \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

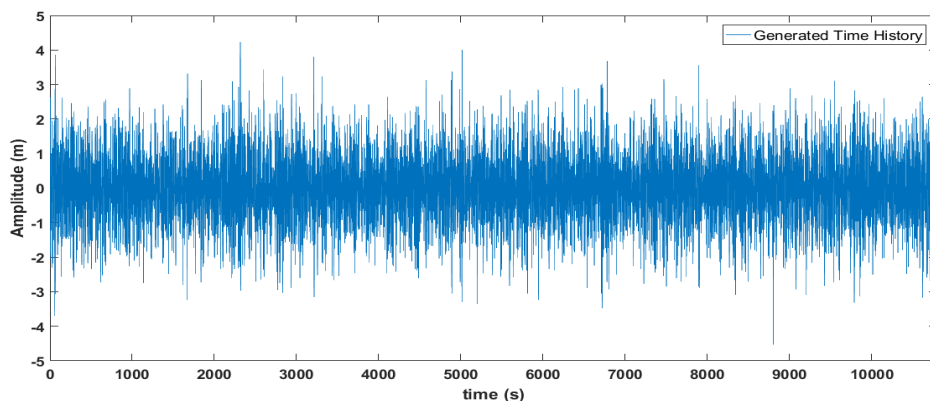
در نتیجه دامنه موج به صورت زیر است:

$$a_i = \sqrt{2S_{\eta}(\omega_i) \Delta\omega} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (11)$$

همچنین فرکانس زاویه‌ای برابر است با:

$$\omega_i = \frac{2\pi}{T_i} = 2\pi f_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (12)$$

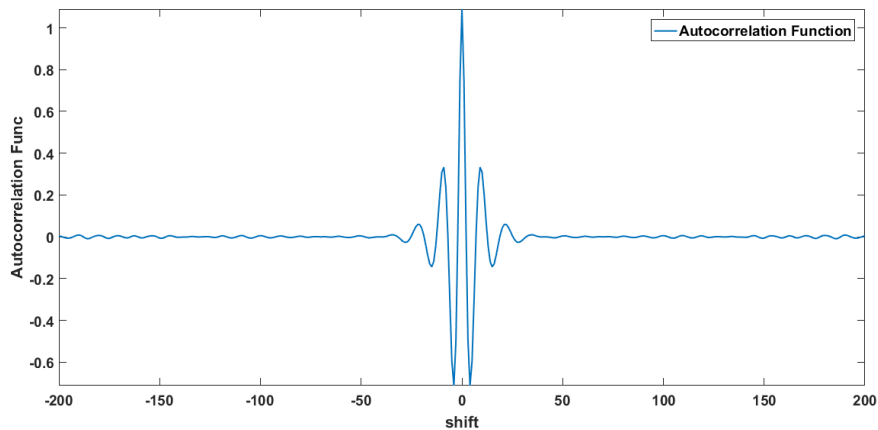
بنابراین با استفاده از روابط ۹ و ۱۰ و ۱۱، می‌توان مطابق شکل ۷، به تاریخچه زمانی موج نامنظم، دست یافت.



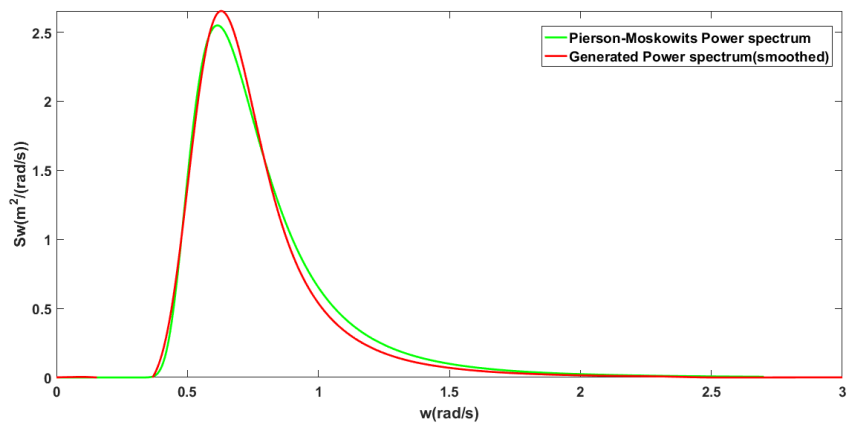
شکل ۷: تاریخچه زمانی مصنوعی سه ساعت، به دست آمده از طیف پییرسون مسکوویچ

¹ Significant Wave Height

با استفاده از روش خودهمبستگی می‌توان از تاریخچه زمانی تولیدشده، تابع خودهمبستگی و سپس تبدیل فوریه گرفت و طیف موج را بدست آورد [۸]. با مقایسه طیف تولیدی با طیف اصلی، می‌توان نتیجه بدست آمده را صحت سنجی کرد. در شکل ۸، تابع خودهمبستگی فرآیند و در شکل ۹، طیف بدست آمده نمایش داده شده است.

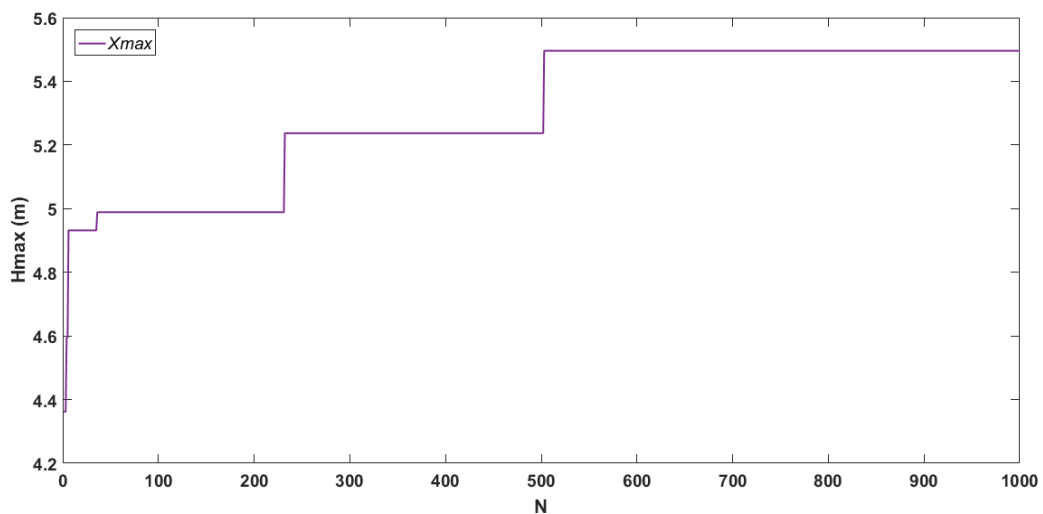


شکل ۸: تابع خودهمبستگی فرآیند تصادفی مورد مطالعه



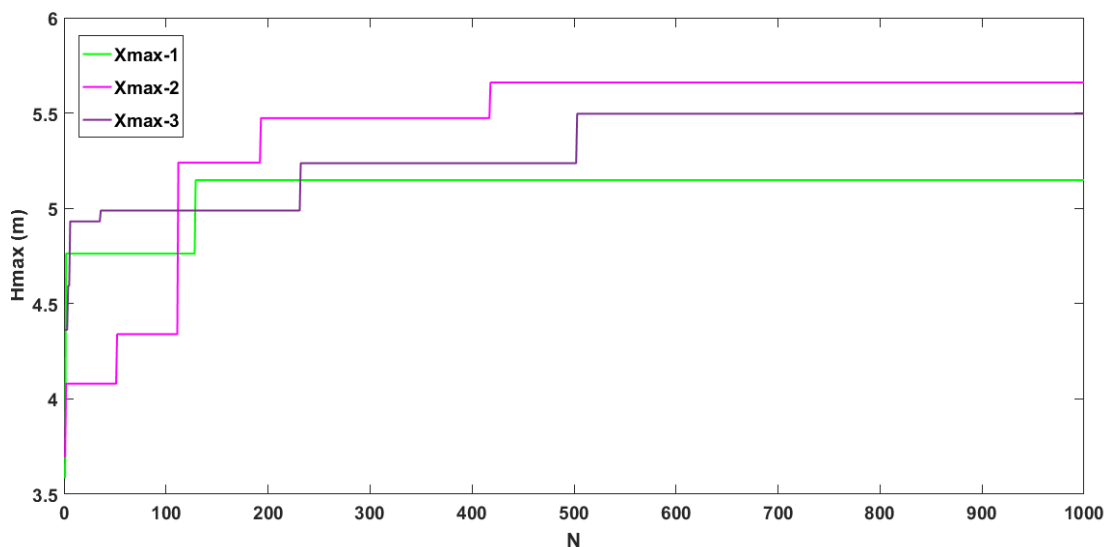
شکل ۹: طیف پییرسون مسکوویچ و طیف به‌دست‌آمده از رکورد مصنوعی

همان‌طور که مشاهده می‌شود این طیف با طیف اصلی که رکورد مصنوعی از آن استخراج شده است، تطابق مناسبی دارد. توسط برنامه‌ای که نوشته شده است، این فرآیند تولید رکورد حداقل ۱۰۰۰ بار صورت گرفته و مطابق شکل ۱۰، بیشینه دامنه‌ی هر رکورد مصنوعی، استخراج شده است.



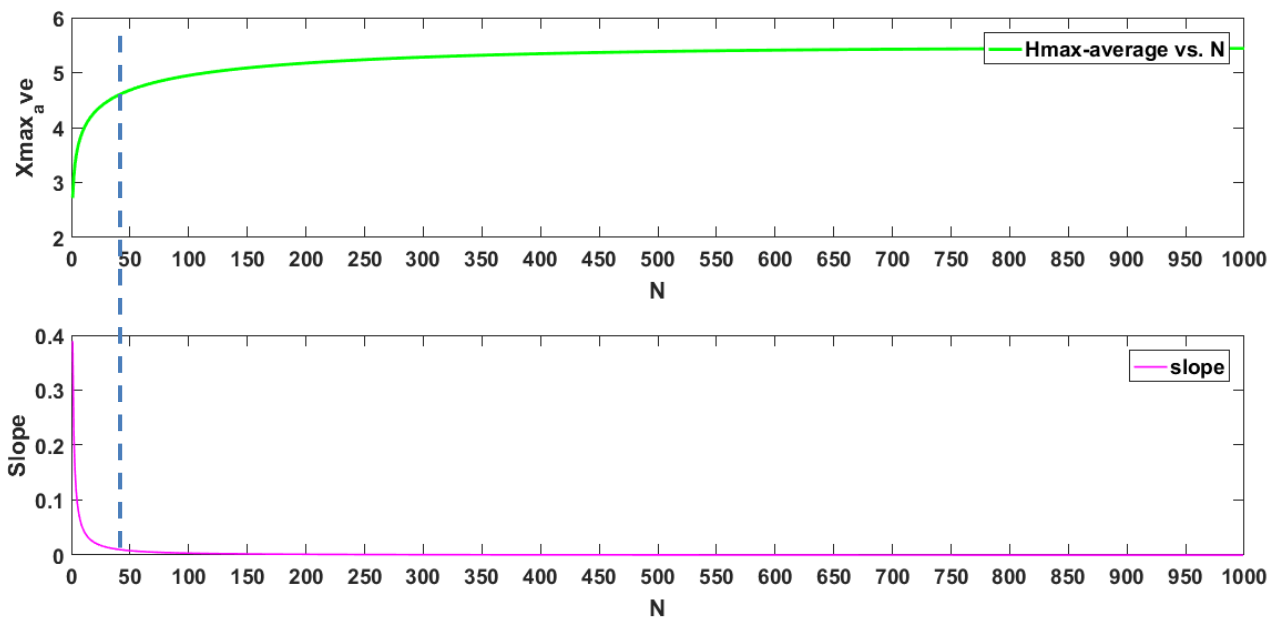
شکل ۱۰: تغییرات بیشینه دامنه نسبت به تعداد رکورد مصنوعی سه ساعت، تولیدشده در هزار بار تکرار

برنامه نوشته شده به صورتی است که در هر رکورد اگر بیشینه رکورد جدید، از رکورد مصنوعی قبل کمتر باشد، مقدار قبلی جایگزین شود. حال برای برازش نمودار شکل ۱۰، این فرآیند نیز سه بار تکرار شده و مطابق شکل ۱۱، روی یک نمودار ترسیم شده است.



شکل ۱۱: نمودار سه فرآیند استخراج بیشینه دامنه

همان طور که در شکل بالا مشاهده می شود، این سه نمودار داری مجانب افقی هستند؛ با برازش نقاط و همچنین به دست آوردن شیب این منحنی با مشتق عددی، می توان به تعداد حداقل رکورد مورد نیاز رسید. در شکل ۱۲، این خط برازش و همچنین مقادیر شیب آن به ازای دفعات تکرار، نشان داده شده است.



شکل ۱۲: نمودار خط برازش شده و نمودار مقدار شیب آن

همان طور که در شکل فوق مشاهده می شود، نمودار مقادیر شیب، بعد از تعداد ۵۰ بار تکرار، تقریباً به مقدار ثابتی می رسد؛ بنابراین حداقل تعداد ۵۰ رکورد برای ثابت شدن مقدار بیشینه دامنه، مورد نیاز است؛ و پس از تولید این تعداد رکورد، بیشینه دامنه، فراتر نخواهد رفت؛ و می توان سازه را تحت این تعداد رکورد، تحلیل نمود. به دلیل ماهیت تصادفی^۱ بودن فرآیند، تعداد در هر بار اجرای برنامه، حول این عدد به دست آماده نوسان خواهد کرد؛ زیرا خود این عدد میانگینی از رکوردهای متفاوت می باشد.

¹ Stochastic

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

تحلیل دینامیکی امواج دریا و تاریخچه زمانی با یک رکورد کافی نیست. همان‌طور که در نمودارها مشخص شد به ازای هر بار تولید رکورد یک بیشینه دامنه منحصر به فرد به دست می‌آید به این دلیل سیستم امواج تصادفی است و اینکه در هر بار تولید رکورد، اختلاف فاز بین موج‌های خطی متفاوت است؛ که در نتیجه ترکیب آن‌ها موج نامنظم متفاوتی به دست می‌دهد. به همین دلیل نیاز است تا تعداد تکرار مناسبی جهت رسیدن به بیشینه دامنه مناسب یافت شود که در این مقاله جایگاه، اهمیت و نحوه رسیدن به این تعداد تکرار، بیان شد.

فهرست علائم

T	پریود موج، s
S	چگالی طیفی، m^2s
H	ارتفاع موج، m
a	دامنه موج m
f	فرکانس موج، $1/s$
علائم یونانی	
ω	فرکانس زاویه‌ای موج، rad/s
η	پروفیل موج، m
δ	اختلاف فاز موج، rad

مراجع

- [1] Frigaard, Liu. Z., "Generation and Analysis of Random Waves", Aalborg University, 1999.
- [۲] جهانمرد، وحیدرضا؛ داستان، محمدعلی؛ تابش پور، محمدرضا؛ سیف، محمدسعید؛ مهدیقلی، حمید؛ "تولید طیف موج بر مبنای رکورد تاریخچه زمانی امواج با رویکرد ارتعاشات تصادفی"؛ پنجمین همایش ملی صنایع فراساحل، تهران، دانشگاه صنعتی شریف، اردیبهشت و خرداد ۱۳۹۲.
- [۳] ملایجردی، ابراهیم؛ جهانمرد، وحیدرضا؛ تابش پور، محمدرضا؛ "تحلیل امواج در حوزه زمان و فرکانس"؛ ۱۳۹۱.
- [۴] تابش پور، محمدرضا؛ "کاربرد طیف در تحلیل ارتعاشی سازه‌های دریایی"؛ دومین کنفرانس بین‌المللی آکوستیک و ارتعاشات، تهران، دی‌ماه ۱۳۹۱.
- [۵] تابش پور، محمدرضا؛ "مقدمه‌ای بر ارتعاشات تصادفی"، انتشارات بنای دانش، ۱۳۹۴.
- [۶] تابش پور، م.، سازه‌های فراساحلی، موسسه انتشارات علمی دانشگاه صنعتی شریف. ۱۳۹۴.
- [7] http://www.wikiwaves.org/Ocean-Wave_Spectra
- [۸] جهانمرد، وحیدرضا؛ حسین‌زاده، سعید؛ داستان، محمدعلی؛ سیف، محمدسعید؛ بهزاد، مهدی؛ "مطالعه تطبیقی روش‌های مختلف تخمین شرایط دریایی با استفاده از چگالی طیفی در منطقه خلیج فارس"؛ شانزدهمین همایش صنایع دریایی، بندرعباس، آذرماه ۱۳۹۳.