



بررسی پایداری دینامیکی مهارهای سکوی پایه کششی تحت اثر تحریک هارمونیک قائم

رضا هدایت پور^۱، محمدرضا تابش پور^{۲*}

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف؛ rezaheady1988@gmail.com

^۲ استادیار، قطب علمی هیدرودینامیک و دینامیک متحرک‌های دریایی، دانشگاه صنعتی شریف؛ tabesh_mreza@yahoo.com

چکیده

سکوهای پایه کششی از جمله سکوهایی هستند که در آب‌های عمیق مورد استفاده قرار می‌گیرند. افزایش روزافزون این نوع سکوها در آب‌های عمیق و ضرورت کاهش پیش‌کشیدگی بسیار زیاد موجب توجه بیشتر به موضوع ناپایداری در مهارهای این نوع سکوها گردیده است. در تحقیق حاضر به بررسی پایداری دینامیکی مهارهای سکوی پایه کششی فقط تحت تحریک نیروی هارمونیک قائم و بدون حضور تحریک گردابه‌های تناوبی پرداخته شده است و فرکانس‌های تحریک قائمی که ممکن است موجب ناپایداری مهارها گردند، تعیین شده‌اند. همچنین نسبت نیروی پیش-کشیدگی به وزن سازه نیز به عنوان معیاری بر پایداری ارائه شده است. بدین منظور از آنالیز پایداری ماتیو استفاده شده است. مهار مذکور به صورت یک تیر ساده تحت تحریک هارمونیک قائم، مدل و معادله حرکت آن با استفاده از روش رانج-کوتا مرتبه چهار حل گردیده است. تاریخچه زمانی و صفحه فاز مربوط به نواحی پایدار و ناپایدار نیز به منظور نمایش پاسخ مهار ارائه شده‌اند.

کلمات کلیدی: سکوی پایه کششی، مهار، نیروی هارمونیک قائم، پایداری دینامیکی مهار

مقدمه

با اکتشاف میدان‌های نفتی و گازی در آب‌های عمیق، نیاز به سکوهای آب‌های عمیق بسیار بیشتر شده است. تاکنون چندین سکوی پایه کششی در مکان‌های مختلفی ساخته و راه‌اندازی شده‌اند. رفتار دینامیکی مهارهای سکوی پایه کششی یکی از مهمترین موارد مربوط به طراحی به شمار می‌رود. این موضوع در شرایطی که عمق افزایش می‌یابد مهمتر می‌شود [۱].

در گذشته و مخصوصاً در دهه گذشته، توجه حائز اهمیتی برای به دست آورد پاسخ و بررسی پایداری سازه‌های تطبیقی فراساحلی در میان محققان بوده است. بررسی پایداری رفتار سیستم در یک طرح تقسیم‌بندی موضعی سبب تعریف نواحی پدیده‌های غیرخطی در فضای پارامتریک شده است. این نوع تحلیل و بررسی شامل آشفتگی پاسخ تقریبی و تحلیل عددی نتایج معادلات تغییرات می‌باشد که در ادامه به برخی از آنها اشاره می‌شود: چاندراسکاران در سال ۲۰۰۵ به بررسی و آنالیز پایداری مهارهای سکوی پایه کششی پرداخته است. بطوریکه، پیش‌کشیدگی مهار را بصورت خطی، متغیر فرض کرده است. در این راستا وی یک معادله خطی را برای مدل‌سازی مهار جهت آنالیز مودال به کار برده، سپس آنالیز پایداری ماتیو را برای شکل‌های مختلف سکو اعمال کرده است. وی همچنین مودهای ناپایدار ارتعاشات را نیز تعیین نموده است. در نهایت با استفاده از مطالعات عددی صورت گرفته، نشان داده است که سکوهای پایه کششی مثلی با پیش‌کشیدگی بیشتر، نسبت به سکوهای مربعی از پایداری بیشتری در مود اول ارتعاشات برخوردارند [۲].

بانیک و داتا در سال ۲۰۰۸ به بررسی پایداری مهارهای سکوی پایه کششی تحت ارتعاشات ناشی از گردابه‌های تناوبی پرداخته‌اند. در این راستا ارتعاشات ناشی از گردابه‌های مهارهای سکو در محدوده شرایط تشدید مورد بررسی قرار گرفته است. گردابه‌های تناوبی به دلیل جریانی رخ می‌دهد که ممکن است در عمق‌های مختلف تغییر کند. ارتعاشات TLP به عنوان یک مساله یک درجه آزادی مدل شده است. البته، با این فرض که پاسخ مود اول مهار بر حرکت حاکم است. همچنین در مطالعات آنها اثرات غیرخطی به دلیل وجود توان دوم سرعت نسبی در نیروی درگ نیز در نظر گرفته شده است. آنها برای رسم دسته‌های گوناگون منحنی پاسخ و بررسی پدیده‌های ناپایداری متفاوت که ممکن است وجود داشته باشد از تکنیک ادامه دادن طول قوس^۱ با روش تعادل هارمونیک افزایشی^۲ (IHBC) استفاده کرده‌اند [۳].

رده مهم دیگری از مسائل پایداری دینامیکی در کابل‌ها نیز توسط دانگ و همکاران برای نوسانات ناشی از ورتکس نزدیک به شرایط تشدید مورد بررسی قرار گرفته است. آنها از روش کریلوف-بوگولیوبوف-میتروپولوسکی^۳ (KBM) برای مطالعه این مساله پایداری استفاده کرده‌اند [۱].

پاتل نیز در سال ۱۹۹۳ پاسخ دینامیکی مهارهای سکوی پایه کششی تحت افت کشش کوتاه مدت را به دست آورده است [۴]. وی همچنین در سال ۱۹۹۵ بر روی ارتعاشات محوری و جانبی مهارهای سکوی پایه کششی پرداخته است که در این مطالعات حرکات ناشی از موج را به عنوان

¹ arc-length continuation technique

² Incremental harmonic balance method

³ Krylov-Bogoliubov-Mitropolovsky



تحریک جانبی در انتهای فوقانی مهار به همراه نیروی محوری متغیر در مهار در نظر گرفته است و با استفاده از نمودار پایداری ماتیو، پایداری آن را مورد بررسی قرار داده است [۵].

مشخصات فیزیکی و هندسی سیستم

ابعاد و داده‌های سکوی مورد بررسی در جدول (۱) ارائه شده‌اند [۶].

جدول (۱): مشخصات هندسی سکوی پایه کششی مورد مطالعه [۶]

۳۳۰۰۰۰ (kN)	وزن
۴۶۵۵۰۰ (kN)	نیروی شناوری
۱۳۵۵۰۰ (kN)	پیش کشیدگی
۲۶۹ (m)	طول تاندون
۳۰۰ (m)	عمق آب
۲۷/۴۷ (m)	ارتفاع مرکز ثقل
۳۴۰۰۰ (kN/m)	AE/L
۱۶/۳۹ (m)	قطر ستون
۱۶/۳۹ (m)	قطر پانتون
۳۵/۱، ۳۵/۱، ۴۲/۴ (m)	شعاع ژیراسیون حول (x, y, z)
۰/۸ (m)	قطر تاندون
۰/۰۲ (m)	ضخامت تاندون
۱۶	تعداد تاندون
	جرم تاندون

فرضیات زیر در مطالعات حاضر لحاظ شده است:

- مهار به صورت یک تیر ساده و یکنواخت مدل شده است.
- شرایط انتهایی به صورت یک تکیه‌گاه ساده فرض شده‌اند.
- از اثرات جریان صرف‌نظر شده است.
- سختی خمشی سیستم به علت باریک بودن مهار ناچیز شمرده شده است.

معادلات حاکم

رفتار دینامیکی مهاری را در نظر بگیرید که در قسمت فوقانی به سازه سکوی پایه کششی متصل است. سکو حرکت هیو هارمونیک را تحت موج منظم متحمل می‌شود. این مهار را می‌توان همانند تیری که در شکل (۱) نشان داده شده است در نظر گرفت. بطوریکه، دو سر آن به صورت مفصلی بوده و در این نقاط ممان خمشی تحمل نمی‌کند. بار متوسط محوری در تیر به صورت زیر فرض می‌شود:

$$T = T_0 + T_1 \cos \omega t \quad (1)$$

بطوریکه، T_0 برابر تفاضل نیروی شناوری و نیروی وزن است. به این نکته توجه نمایید که در واقعیت در نقطه پایینی خط مهار هیچگونه وزنی تحمل نمی‌شود و نقطه فوقانی تمامی وزن را تحمل می‌کند. در نتیجه، این تقریب، کران بالای نسبت نیروی شناوری بر نیروی وزن بوده و این فرضیه در جهت اطمینان است.

با مدل‌سازی ریاضی، معادله حرکت حاکم با تحریک هارمونیک قائم به صورت زیر می‌باشد [۳]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} - (T_0 + T_1 \cos \omega t) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

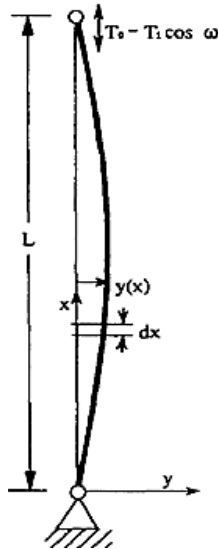
بطوریکه، E ، مدول الاستیسیته، I ، ممان اینرسی سطح مقطع مهار و m ، جرم واحد طول مهار با احتساب جرم افزوده هستند. چهار شرط مرزی همگن مربوط به تکیه‌گاه‌ها به صورت زیر هستند:



$$w(0,t) = \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial z^2} = w(l,t) = \frac{\partial^2 w(l,t)}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

با استفاده از شرایط مرزی در معادله (۳) و قرار دادن آنها در معادله (۲)، نتیجه می‌شود که پاسخ به صورت زیر است: [۳]

$$w(z,t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(t) \sin \frac{n\pi z}{l} \quad (4)$$



شکل (۱): ساختار تیر مدل و مشخصات آن

با جایگذاری معادله (۴) در معادله (۳) و با پیروی از روش گالرکین نتیجه می‌شود:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(EI \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + (T_0 + T_1 \cos \omega t) \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \right) y_n(t) + m \ddot{y}_n(t) \right] \sin \frac{n\pi z}{l} = 0 \quad (5)$$

معادله فوق یک معادله ماتریو می‌باشد که می‌توان آن را به صورت زیر نشان داد:

$$\frac{d^2 y_n(t)}{dt^2} + (\alpha_n + \beta_n \cos \tau) y_n(t) = 0 \quad (6)$$

بطوریکه،

$$\tau = \omega t \quad (7)$$

$$\omega_n^2 = \frac{EI}{m} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 + \frac{T_0}{m} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \approx \frac{T_0}{m} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \quad (8)$$

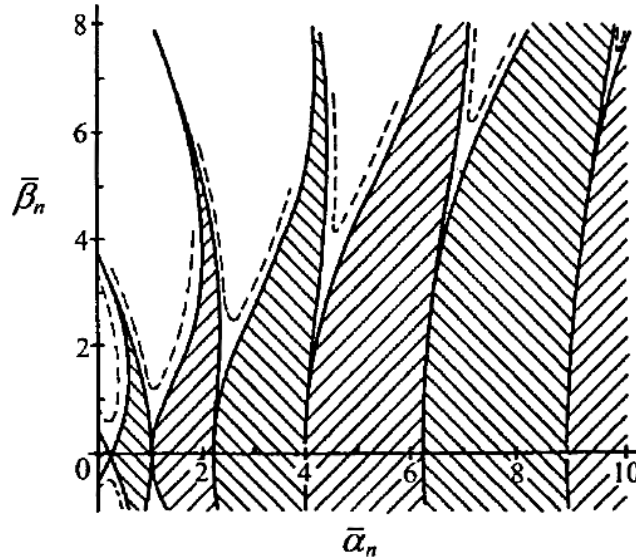
$$\alpha_n = \frac{T_0}{m\omega^2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \quad ; \quad \beta_n = \frac{T_1}{m\omega^2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \quad (9)$$

در معادله (۸)، از سهم فرکانس خمشی به دلیل ناچیز بودن صرف نظر شده است.

بنابراین، برای پارامترهای سیستم (α_n, β_n) که از معادله (۸) به دست می‌آیند، پایداری $y_n(t)$ و بالتبع آن پایداری مهار از نمودار پایداری هاینس-استرت (Haines-Strett) به دست می‌آید. نمودار هاینس-استرت در شکل (۲) نشان داده شده است که قسمت‌های هاشور خورده نشان دهنده ناحیه پایدار می‌باشند [۷].

اکنون به بررسی پایداری دینامیکی مهار تحت تحریک هارمونیک قائم با فرکانس ω ، می‌پردازیم. فرض می‌کنیم، $T_0 \leq T_1 / 2$ و تعداد مودهای در نظر گرفته شده برابر سه است. از این رو، پارامترهای معادله به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\alpha_n = \frac{T_0}{m\omega^2} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \quad ; \quad \beta_n \leq \frac{\alpha_n}{2} \quad (10)$$



شکل (۲): نمودار پایداری هاینس-استرت [۷]

همانطور که در شکل (۲) مشاهده می شود، ناپایداری مهار در نزدیکی مقادیر زیر رخ می دهند:

$$\alpha_n \approx 0.25 \text{ or } 1.0 \text{ or } 2.2 \text{ or } 4.0 \text{ or } 6.2 \text{ or } 8.8 \text{ or } \dots \quad (11)$$

در نتیجه، با توجه به معادله (۱۰)، فرکانس های تحریکی که ناپایداری در آنها رخ می دهد، به صورت زیر هستند:

$$\omega = \frac{n\pi}{l} \left(\frac{T_0}{m\alpha_n} \right)^{0.5}; \alpha_n \approx 0.25 \text{ or } 1.0 \text{ or } 2.2 \text{ or } 4.0 \text{ or } 6.2 \text{ or } 8.8 \text{ or } \dots \quad (12)$$

حال می توان با توجه به معادله (۱۲) و شکل (۲)، مقادیر پیش کشیدگی هایی که در فرکانس تحریک هارمونیک قائم ۰/۶۲۸ رادیان بر ثانیه (متناظر با موجی با پریود ۱۰ ثانیه) برای سه مقدار اول α (۰/۲۵، ۱/۰، ۲/۲)، موجب ناپایداری می شوند را به دست آورد. بدین منظور معادله (۱۲) به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$T_0 = m\alpha_n \left(\frac{\omega l}{n\pi} \right)^2; \alpha_n \approx 0.25 \text{ or } 1.0 \text{ or } 2.2 \quad (13)$$

در این راستا برای درک بهتر از مقدار پیش کشیدگی، بهتر است از نسبت نیروی پیش کشیدگی به وزن سازه سکو استفاده نمود. بدین منظور می توان جرم سازه با احتساب جرم افزوده را از معادله زیر به دست آورد [۸]:

$$\omega_{0_{heave}} = \sqrt{\frac{K_{heave}}{M_{hull}}} = \frac{2\pi}{T_{heave}} \quad (14)$$

مقادیر پارامترهای رابطه ۱۴ در جدول (۲) ارائه شده اند [۹].

جدول (۲): پارامترهای معادله (۱۴) [۹]

۲/۱۹ (s)	پریود طبیعی هیو سازه
۵۹۷ (MN/m)	سختی هیو
۷۲/۶ (Gg)	جرم سازه با احتساب جرم افزوده
۷۱۲/۲ (MN)	وزن سازه با احتساب وزن افزوده

نتایج و صحت سنجی

اگر حرکت یک سیستم بر حسب زمان پایا باشد، می گویند سیستم دارای پایداری دینامیکی است (حرکت آن همگراست). اگر دامنه حرکت بر حسب زمان دائماً افزایش یابد، می گویند سیستم دارای ناپایداری دینامیکی است (حرکت آن واگراست) [۱۰].



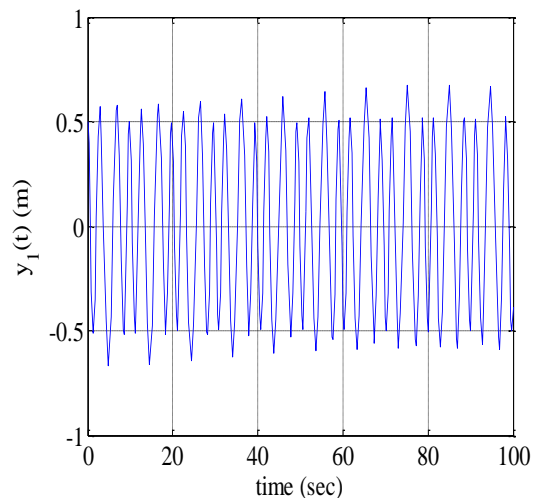
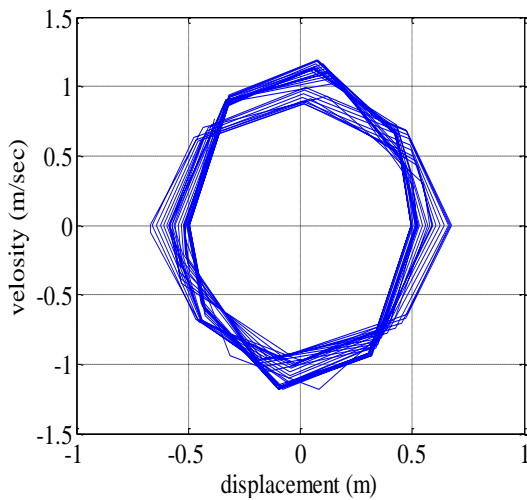
از معادله (۱۲) و با توجه به مشخصات سکو، می توان فرکانس های تحریکی را که موجب ناپایداری می شوند، به دست آورد. این فرکانس های تحریک در جدول (۳) برای سه مود اول سازه ارائه گردیده اند.

جدول (۳): فرکانس های تحریک بر حسب رادیان بر ثانیه در پارامتر α و مودهای مختلف

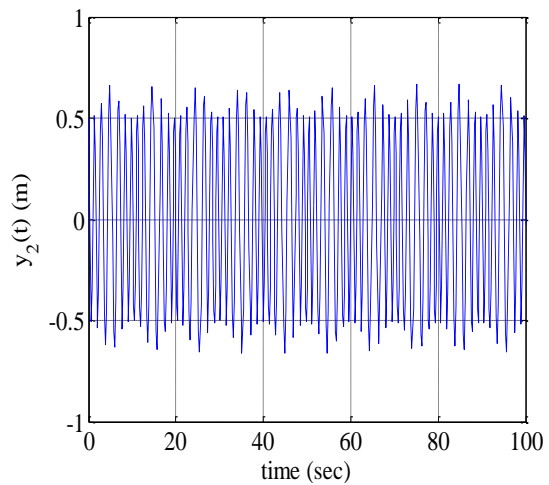
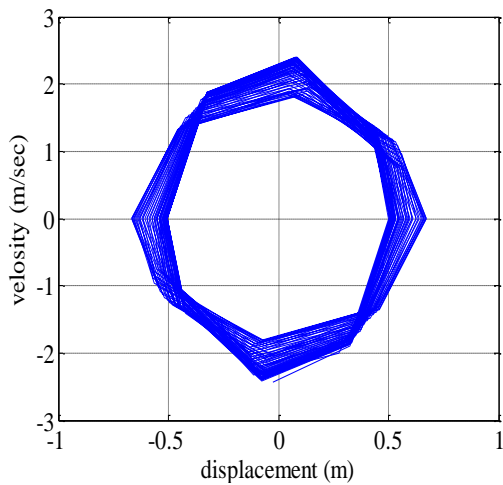
α	۰/۲۵	۱/۰	۲/۲	۴/۰	۶/۲	۸/۸	N
۱	۲/۴۵۸۵	۱/۲۲۹۳	۰/۸۲۸۸	۰/۶۱۴۶	۰/۴۹۳۷	۰/۴۱۴۴	
۲	۴/۹۱۷۱	۲/۴۵۸۵	۱/۶۵۷۵	۱/۲۲۹۳	۰/۹۸۷۴	۰/۸۲۸۸	
۳	۷/۳۷۵۶	۳/۶۸۷۸	۲/۴۸۶۳	۱/۸۴۳۹	۱/۴۸۱۱	۱/۲۴۳۲	

البته، باید به این نکته توجه نمود که نتایج فوق بدون حضور میرایی به دست آمده اند. با این حال، از آنجایی که میرایی همیشه وجود دارد، مهار تحت تحریک هارمونیک قائم پایدار است.

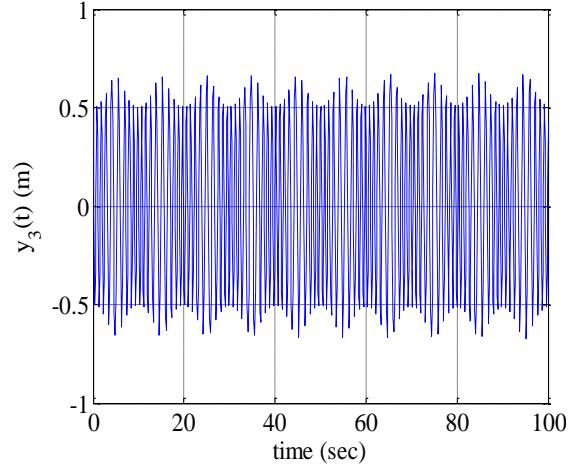
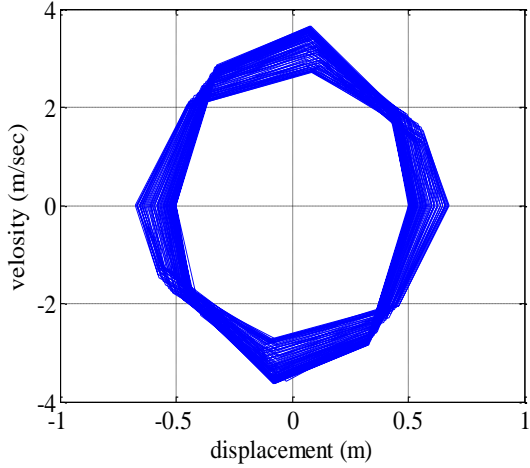
شکل (۲) تا شکل (۴) تاریخچه زمانی و صفحه فاز را برای سه مود اول سیستم مورد بررسی در غیاب پارامتر میرایی و تحت تحریک هارمونیک قائمی با پریود ۱۰ ثانیه نشان می دهند. همانطور که مشاهده می شود، تاریخچه زمانی سه مود اول کراندار بوده و صفحات فاز متناظر نیز منحنی-های بسته ای را تشکیل می دهند که اشاره به پایداری سیستم دارند.



شکل (۲): تاریخچه زمانی و صفحه فاز مود اول سیستم نامیرا ($\alpha = 3.83, \beta = 1.92, y_0 = 0(m), \dot{y}_0 = 0.5(m/s)$)

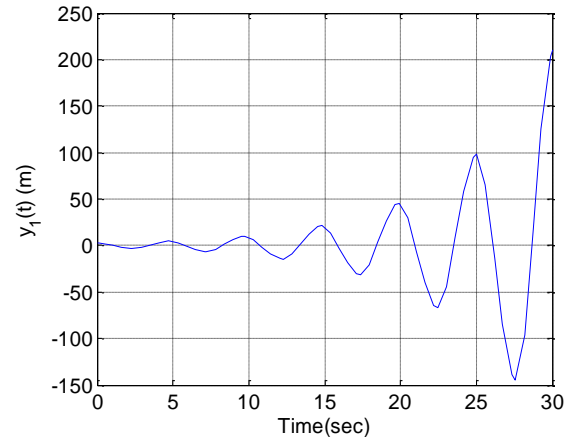
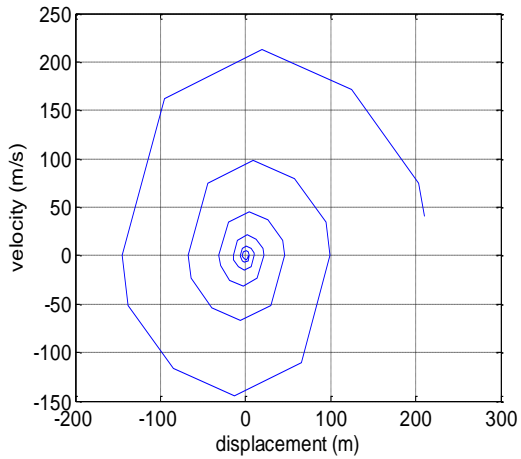


شکل (۳): تاریخچه زمانی و صفحه فاز مود دوم سیستم نامیرا ($\alpha = 15.32, \beta = 7.66, y_0 = 0(m), \dot{y}_0 = 0.5(m/s)$)

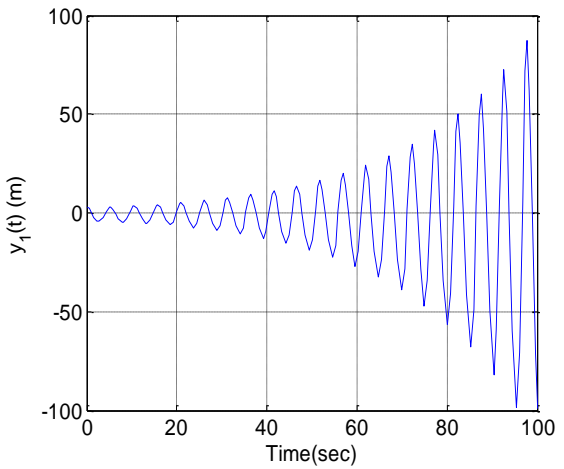
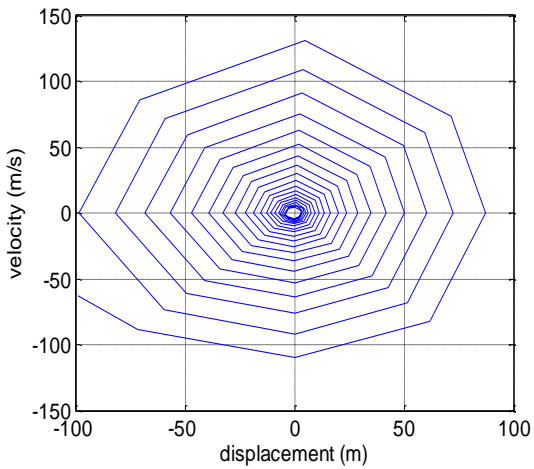


شکل (۴): تاریخچه زمانی و صفحه فاز مود سوم سیستم نامیرا $\alpha = 34.48, \beta = 17.24, y_0 = 0(m), \dot{y}_0 = 0.5(m/s)$

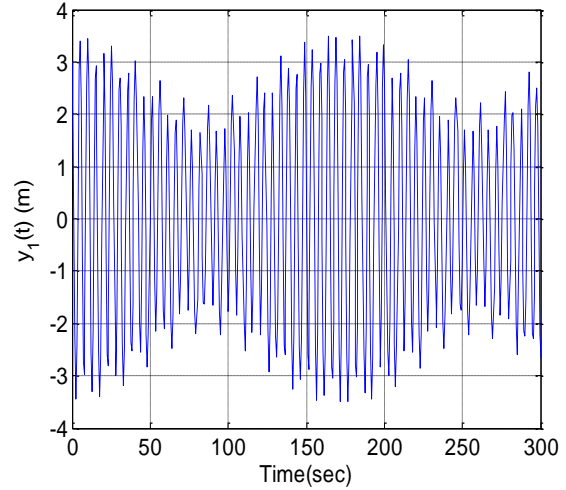
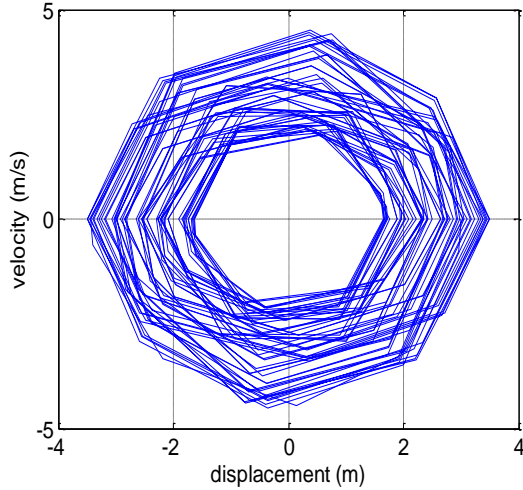
در جدول (۳) فرکانس‌های تحریک هارمونیک قائمی که ممکن است موجب ناپایداری مهار گردد ذکر شده است. در ادامه پاسخ دینامیکی مهار تحت چهار فرکانس اول ذکر شده در جدول (۳)، ارائه گردیده است.



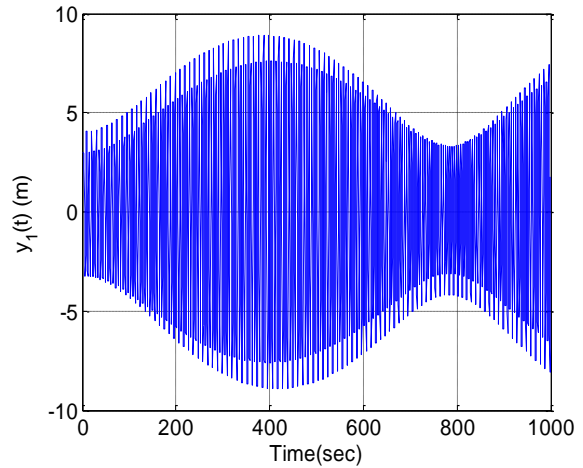
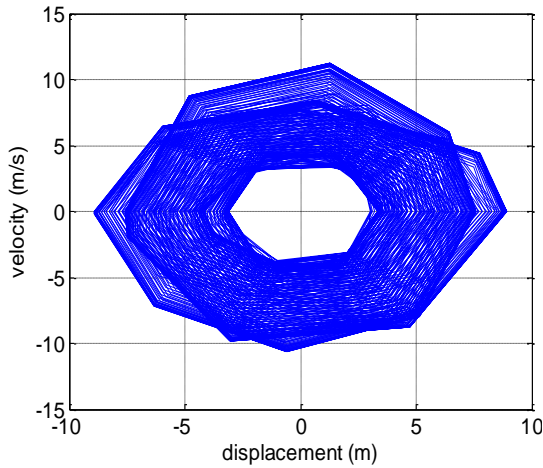
شکل (۵): تاریخچه زمانی و صفحه فاز مود اول سیستم نامیرا در $\omega = 2.4585, y_0 = 0(m), \dot{y}_0 = 3(m/s)$



شکل (۶): تاریخچه زمانی و صفحه فاز مود اول سیستم نامیرا در $\omega = 1.2293, y_0 = 0(m), \dot{y}_0 = 3(m/s)$



شکل (۷): تاریخچه زمانی و صفحه فاز مود اول سیستم نامیرا در $\omega = 0.8288, y_0 = 0(m), \dot{y}_0 = 3(m/s)$



شکل (۸): تاریخچه زمانی و صفحه فاز مود اول سیستم نامیرا در $\omega = 0.6146, y_0 = 0(m), \dot{y}_0 = 3(m/s)$

جدول (۳) فرکانس‌های تحریک هارمونیک قائمی را نشان می‌دهد که بدون وجود تحریک گردابه سبب ناپایداری سیستم می‌گردد. دلیل آن این است که بنا به شکل (۱) و معادله (۱۲) مقدار α در مقداری قرار می‌گیرد که موجب رخداد ناپایداری در مهار سکو پایه کششی می‌شود. شکل (۵) و شکل (۶) تأییدی بر این موضوع می‌باشند. ولیکن بر خلاف انتظار شکل (۷) و شکل (۸) با وجود دامنه جابجایی زیاد نشان از پایداری دارند. این موضوع غیرطبیعی نمی‌باشد. زیرا، با استناد به شکل (۱) مشاهده می‌شود که در مقادیر α مربوطه، مقادیر β که در سیستم مذکور حداکثر می‌تواند برابر $\frac{\alpha}{2}$ باشد، در ناحیه پایدار قرار دارد و به علت نزدیکی به ناحیه ناپایدار دارای دامنه نوسان بزرگی هستند.

با استفاده از معادله (۱۳) مقادیر پیش‌کشیدگی‌هایی که در فرکانس تحریک هارمونیک قائم 0.628 رادیان بر ثانیه موجب ناپایداری می‌شوند، به دست می‌آیند ولی برای درک بهتر این مقادیر با استفاده از معادله (۱۴) و جدول (۲) از نسبت این نیروهای پیش‌کشیدگی به وزن سازه سکو استفاده شده است که نتایج آن در جدول (۴) ارائه شده‌اند. نسبت‌های نشان داده شده بیانگر مقادیر بحرانی هستند که موجب ناپایداری سیستم مهار می‌شوند.

جدول (۴): نیروی پیش‌کشیدگی بر حسب پارامتر α در مود اول

α	T_0		
	۲/۲	۱/۰	۰/۲۵
نیروی پیش‌کشیدگی در هر تاندون (MN)	۴۹/۶۷۱	۲۲/۵۷۶	۵/۶۴۴
نیروی پیش‌کشیدگی کل (MN)	۷۹۴/۷۳۶	۳۶۱/۲۱۶	۹۰/۳۰۴
نسبت پیش‌کشیدگی کل به وزن سازه	۱/۱۱۶	۰/۵۰۷	۰/۱۲۷



نتیجه گیری

در این تحقیق پایداری دینامیکی مهارهای سکوی پایه کششی تحت اثر تحریک هارمونیک قائم و بدون حضور تحریک گردابه‌های تناوبی ناشی از جریان‌های زیرسطحی مورد بررسی قرار داده شده است. براساس نتایج ارائه شده نشان داده شده است که تحریک هارمونیک قائم در برخی فرکانس‌ها نیز، بدون حضور تحریک گردابه‌های تناوبی موجب ناپایداری سیستم می‌شود. در این راستا، سیستم به صورت یک تیر با نیروی هارمونیک محوری مدل شده سپس معادله حرکت مربوطه با استفاده از روش رانج کوتاه مرتبه ۴ حل گردیده است و در نهایت با استفاده از نمودار پایداری ماتیو فرکانس‌هایی که موجب وقوع ناپایداری در سیستم شده‌اند به دست آمده‌اند. همچنین با حل معادله ماتیو مربوطه نسبت‌هایی از پیش کشیدگی به وزن سازه نیز به عنوان معیاری بر پایداری سیستم محاسبه شده‌اند.

مراجع

- [1] Yanqiu Dong, Geng Xie and J. Y. K. Lou., Stability Of Vortex-Induced Oscillations Of Tension Leg Platform Tethers. Ocean Engng, Vol. 19, No 6, pp. 555-571, 1992.
- [2] Chandrasekaran S., Chandak N.R., Gupta Anupam, Stability analysis of TLP tethers. Ocean Engineering 33: 471-482, 2006.
- [3] Banik, A.K., Datta, T.K., Stability analysis of TLP tethers under vortex-induced oscillations. J. of Offshore Mech. And Arctic Engg, 131, 011601-7pp, 2009.
- [4] Patel M.H. and Park H.I., Tensioned Buoyant Platform Tether Response to Short Duration Tension Loss. Marine Structures \$ 543-553, 1995.
- [5] Patel M.H. and Park H.I., Combined axial and lateral responses of tensioned buoyant platform tethers. Engineering Structures, Vol. 17, No. 111, pp. 687 695, 1995.
- [6] Chandrasekaran, S. and Jain, A.K., Dynamic Behavior of Square and Triangular Offshore Tension Leg Platforms Under Regular Wave Loads. Elsevier, Ocean Engineering 29, 279-313, 2002.
- [7] Wilson, James, F. (1933). Dynamics of Offshore Structures. 2nd ed., John Wily & Sons, inc, 1993.
- [۸] تابش پور، م. ر.، تحلیل دینامیکی غیرخطی و تصادفی سکوی دارای پایه کششی و طرح بهینه آن تحت بارگذاری باد و موج تصادفی. رساله دکتری، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۸۶.
- [۹] هدایت پور، ر.، بررسی رفتار ارتعاشی مهارهای سکوی پایه کششی. رساله کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف، ۱۳۹۳.
- [10] Rao, Singiresu S., Mechanical Vibrations 4th ed. Pearson Education, Inc, 2004.